

# 1 Buracos Negros

## 1.1 Introdução

Num artigo enviado em 1783 para a *Philosophical Transactions* da *Royal Society* o reverendo e geólogo britânico John Michell argumentou que corpos com um raio 500 vezes superior ao do Sol e com uma densidade igual ou superior à deste não deixariam, em virtude da sua atracção gravitacional, os seus próprios raios de luz escaparem sendo assim invisíveis aos nossos sentidos (e.g. Lynden-Bell 2002)<sup>1</sup>.

Michell pensou em termos de velocidade de escape que é tanto maior quanto maior for a massa do corpo (planeta, estrela,...) e tanto maior quanto menor for o respectivo raio. Embora no caso da Terra o seu valor seja de apenas  $11\text{kms}^{-1}$ , numa estrela de neutrões pode atingir  $1.5 \times 10^5 \text{kms}^{-1}$ , ou seja, metade da velocidade da luz. Jogando com os valores do raio e da massa podemos imaginar (como Michell) uma estrela cuja velocidade de escape seja superior à da luz. Essa estrela não seria visível por um observador distante.

Esta foi uma espectacular previsão de uma das propriedades dos buracos negros: aprisionar a luz e ser invisível. Todavia estas estrelas escuras não correspondem exactamente à definição actual de buraco negro. Um corpo capaz de aprisionar a sua própria luz não pode ser descrito pela teoria da gravitação de Newton. Em 1915 Albert Einstein apresentou uma nova teoria, actualmente designada por *Teoria da Relatividade Geral* (TRG), aplicável nessas situações.

Algumas provas experimentais da TRG foram surgindo com o decorrer dos anos. Um eclipse total do Sol (1919) permitiu confirmar que este desvia os raios de luz provenientes de estrelas distantes e que, além disso, o ângulo de desvio estava de acordo com o previsto. O avanço do periélio do planeta Mercúrio é outra prova experimental da TRG. A descoberta de imagens múltiplas de um *quasar* (1980) veio validar a previsão da existência de lentes gravitacionais avançada por Einstein.

Pouco tempo decorrido após a publicação da TRG, Karl Schwarzschild chegou,

---

<sup>1</sup> Numa monografia publicada em 1795, intitulada *Système du Mond*, o astrónomo e matemático francês Pierre Laplace também descreveu a ideia de estrelas invisíveis recorrendo, embora sem o referir, aos mesmos argumentos de Michell (e.g. Lynden-Bell 2002).

baseando-se na mesma, à solução para o campo gravítico em torno de uma massa esférica (Secção 1.2.1). Este resultado permitia descrever o campo em torno de estrelas como o Sol ou ainda em torno de estrelas mais compactas como as anãs brancas e estrelas de neutrões em relação às quais os efeitos relativistas são mais relevantes. O que não ficou imediatamente evidente é que essa solução comportava também a descrição de um objecto bem mais exótico: o *buraco negro*.

Os buracos negros são objectos previstos pela TRG. No entanto, eram objectos de tal forma fora do comum que, na falta de qualquer evidência da sua existência, o seu estudo não foi muito motivador ao longo de muitos anos. Apenas a descoberta de outros objectos exóticos como os quasares (1963) e as estrelas de neutrões (1967) veio reavivar o entusiasmo e o interesse pelo estudo dos buracos negros.

Desde então têm sido identificados vários *candidatos a buraco negro*. Em termos de massa, estes vão desde os buracos negros estelares  $1-10^2M$  (Secções 3.3 e 3.4), espalhados pela nossa galáxia, até aos super buracos negros  $10^6-10^{10}M$  (Secção 3.1) presentes nos núcleos de algumas galáxias incluindo a nossa. Toda esta selecção de candidatos é feita a partir de observações indirectas (Secção 1.4).

No plano teórico conseguiram-se nas últimas décadas grandes desenvolvimentos sobre as propriedades dos buracos negros e sobre a interacção dos mesmos com o meio envolvente. Um dos resultados teóricos mais fascinantes aponta para a emissão de radiação por buracos negros (Secção 2.1). Esta radiação, designada por radiação de Hawking, inclui ondas electromagnéticas, ondas gravitacionais e, no caso de buracos negros de menor massa, partículas com massa (Secção 2.4). A emissão de radiação de Hawking leva à evaporação do buraco negro (Secção 2.5). Na fase final da evaporação são emitidas grandes quantidades de raios gama num curto intervalo de tempo assistindo-se, assim, à explosão do buraco negro (Secção 2.6).

A motivação deste trabalho consiste em analisar a possibilidade de detecção *directa* de buracos negros (dentro dos limites técnicos actuais) a partir da componente electromagnética da radiação emitida pelos mesmos. Pretende-se averiguar quais os buracos negros mais favoráveis para a detecção (em termos de distâncias) e quais as bandas do espectro mais favoráveis para a observação.

## 1.2 Propriedades

### 1.2.1 Buracos negros de Schwarzschild

A solução de Schwarzschild resulta da resolução das equações do campo no vácuo para um espaço-tempo com simetria esférica. Esta solução contém a descrição exacta de um buraco negro sem carga e sem rotação: *buraco negro de Schwarzschild*. A métrica correspondente, também conhecida por *métrica de Schwarzschild*, é normalmente escrita, em coordenadas esféricas, como se segue (e.g. d' Inverno 1992):

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2m}{r}\right) dt^2 - \frac{1}{1 - \frac{2m}{r}} dr^2 - r^2 d\theta^2 - r^2 \sin^2 \theta d\phi^2 \quad (1.1)$$

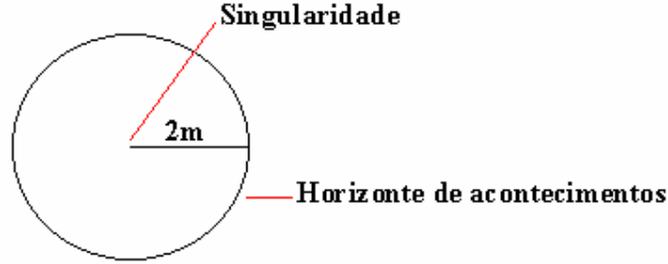
onde  $t$  é o *tempo-coordenada*,  $s$  representa um intervalo de *espaço-tempo* e:

$$m = \frac{GM}{c^2} \quad (1.2)$$

surge como uma constante de integração das equações do campo. Aqui  $G$  é a constante de gravitação universal,  $c$  é a velocidade da luz e  $M$  é a massa criadora do campo. É usual o recurso a *unidades geometrizadas* onde  $G=c=1$ . É importante notar que  $m$  tem as dimensões de uma distância.

A métrica (1.1) apresenta singularidades nos pontos  $r=0$  e  $r=2m$ . No caso  $r=2m$  é possível mostrar que a singularidade correspondente não é real, ou seja, não é uma singularidade física (e.g. d' Inverno 1992). De facto, mediante uma transformação adequada de coordenadas é possível remover esta singularidade. No caso  $r=0$  não é possível estabelecer qualquer transformação de coordenadas capaz de remover a singularidade. Estamos perante uma singularidade real. A superfície  $r=2m$  corresponde ao chamado *horizonte de acontecimentos* do buraco negro. O raio de um buraco negro deste tipo, também designado por *raio de Schwarzschild*, é dado por:

$$r_s = 2m = \frac{2GM}{c^2} \quad (1.3)$$



**Figura 1.1** - Estrutura do buraco negro de Schwarzschild

Ao ponto  $r=0$  chamamos *singularidade* do buraco negro. Se extrapolarmos as soluções das equações do campo para o interior do buraco negro, verifica-se que elas acabam por quebrar na singularidade. Uma vez desenvolvida uma teoria quântica da gravitação, talvez se possa substituir a ocorrência de uma singularidade por um estado da matéria que agora desconhecemos. Seja como for, no presente estudo, estamos interessados apenas em processos que ocorrem do lado de fora do horizonte de acontecimentos e, portanto, longe da singularidade, onde a TRG é válida sem qualquer restrição. Na Figura 1.1 está representada a estrutura do buraco negro de Schwarzschild. Com os coeficientes da métrica (1.1) construímos o *tensor métrico* na *forma covariante*:

$$\begin{aligned} g_{00} &= 1 - \frac{2m}{r}; & g_{11} &= -\left(1 - \frac{2m}{r}\right)^{-1}; & g_{22} &= -r^2 \\ g_{33} &= -r^2 \sin^2 \theta; & g_{ij} &= 0, \quad i \neq j \end{aligned} \quad (1.4)$$

onde os índices 0, 1, 2 e 3 correspondem, respectivamente às coordenadas  $t$ ,  $r$ ,  $\theta$  e  $\varphi$ . O tensor métrico na *forma contravariante* obtém-se a partir da relação:

$$\sum_{\alpha=0}^3 (g_{\alpha j} g^{\alpha i}) = \delta_j^i \quad (1.5)$$

onde  $\delta_j^i$  representa a *função delta de Kronecker*. No caso da métrica de Schwarzschild temos:

$$\begin{aligned}
g^{00} &= \frac{1}{g_{00}} = \left(1 - \frac{2m}{r}\right)^{-1}; & g^{11} &= \frac{1}{g_{11}} = -\left(1 - \frac{2m}{r}\right); \\
g^{22} &= \frac{1}{g_{22}} = -\frac{1}{r^2}; & g^{33} &= \frac{1}{g_{33}} = -\frac{1}{r^2 \sin^2 \theta}; & g^{ij} &= 0, \quad i \neq j
\end{aligned}
\tag{1.6}$$

### 1.2.2 Geodésicas no espaço-tempo de Schwarzschild

O trajecto mais curto entre dois pontos do espaço-tempo designa-se por linha *geodésica*. As partículas livres deslocam-se sempre seguindo as geodésicas. As *equações das geodésicas* podem obter-se a partir do *Lagrangeano* (e.g. Chandrasekhar 1983):

$$L_g = \frac{1}{2} \left[ \left(1 - \frac{2m}{r}\right) \left(\frac{dt}{d\tau}\right)^2 - \frac{\left(\frac{dr}{d\tau}\right)^2}{1 - \frac{2m}{r}} - r^2 \left(\frac{d\theta}{d\tau}\right)^2 - r^2 \sin^2(\theta) \left(\frac{d\varphi}{d\tau}\right)^2 \right]
\tag{1.7}$$

onde  $\tau$  corresponde ao tempo próprio (tempo medido por um observador no referencial da partícula) e  $t$  corresponde ao tempo coordenada (tempo medido por um observador distante). No caso dos fotões  $\tau$  deverá ser interpretado como um parâmetro afim.

No espaço-tempo de Schwarzschild as geodésicas são descritas num plano invariante (e.g. Chandrasekhar 1983). Vamos escolher, por exemplo, o plano  $\theta=90^\circ$ .

O facto do Lagrangeano (1.7) não depender explicitamente das coordenadas  $t$  e  $\varphi$  conduz aos seguintes integrais do movimento:

$$P_t = \frac{\partial L_g}{\partial \left(\frac{dt}{d\tau}\right)} = \left(1 - \frac{2m}{r}\right) \frac{dt}{d\tau} = E
\tag{1.8}$$

$$P_{\varphi} = -\frac{\partial L_g}{\partial \left(\frac{d\varphi}{d\tau}\right)} = r^2 \frac{d\varphi}{d\tau} = L
\tag{1.9}$$

Podemos interpretar  $E$  como sendo a energia da partícula e  $L$  como a componente do momento angular segundo um eixo normal ao plano invariante (tudo por unidade de

massa). Considere-se também o momento radial:

$$P_r = -\frac{\partial L_g}{\partial \left(\frac{dr}{d\tau}\right)} = \frac{1}{1-\frac{2m}{r}} \frac{dr}{d\tau} \quad (1.10)$$

O facto do Hamiltoniano coincidir com o Lagrangeano (e.g. Chandrasekhar 1983) e não depender explicitamente do tempo coordenada conduz a um terceiro integral do movimento,  $\delta$ , tal que:

$$E \frac{dt}{d\tau} - L \frac{d\varphi}{d\tau} - P_r \frac{dr}{d\tau} = \delta \quad (1.11)$$

O valor de  $\delta$  pode ser escalonado de forma a ser zero para o movimento de *fotões* e igual à unidade para o movimento de *partículas materiais* (e.g. Chandrasekhar 1983). Substituindo (1.8), (1.9) e (1.10) em (1.11) obtemos a seguinte equação radial:

$$\left(\frac{dr}{d\tau}\right)^2 = E^2 - \left(1 - \frac{2m}{r}\right) \left(\delta + \frac{L^2}{r^2}\right) \quad (1.12)$$

Se, nesta equação, interpretarmos o membro do lado esquerdo como sendo a energia cinética da partícula e  $E^2$  como a sua energia total, então:

$$V^2(r) = \left(1 - \frac{2m}{r}\right) \left(\delta + \frac{L^2}{r^2}\right) \quad (1.13)$$

será a respectiva energia potencial (tudo por unidade de massa). O movimento só será permitido quando for  $E^2 \geq V^2$ . A partir desta condição podemos tirar uma série de conclusões sobre o tipo de geodésicas permitido, tanto aos fotões como às partículas materiais, nas imediações de um buraco negro de Schwarzschild.

Consideremos então um fotão que, partindo do infinito, desloca-se em direcção a um buraco negro de Schwarzschild. Se este seguir uma trajectória radial (Secção A.1) então, visto não existir qualquer barreira de potencial no seu caminho, acabará sendo capturado. Se, por outro lado, o seu movimento não for na direcção radial então o fotão

segue uma geodésica curvilínea condicionada por uma barreira de potencial (Secção A.3). Se a energia do fotão for suficiente para vencer a barreira então este avança em direcção ao horizonte de acontecimentos e é capturado. Caso contrário o fotão é reflectido pela barreira de potencial, escapando, para longe (Figura A.3).

É também permitida aos fotões uma geodésica circular. Esta, situada em  $r=3m$ , corresponde ao pico da barreira de potencial. A superfície esférica de raio  $r=3m$  é designada por *rotosfera*. Fotões, provenientes do infinito, cuja energia seja igual ao potencial em  $r=3m$ , descrevem uma geodésica espiral cuja curva tende para o círculo  $r=3m$ . A órbita  $r=3m$  é no entanto instável. Um fotão que permaneça durante algum tempo nessa órbita acabará mais cedo ou mais tarde por ser capturado pelo buraco negro ou por escapar para o infinito.

No caso das partículas materiais o tipo de geodésicas permitido está condicionado pelo valor do integral  $L$  (Secções A.2 e A.4). O caso mais interessante ocorre quando  $12m^2 < L^2$ . Neste caso o potencial (1.13) apresenta dois extremos relativos correspondentes aos pontos:

$$r_{\max} = \frac{L^2}{2m} \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{12m^2}{L^2}} \right) \quad (1.14)$$

$$r_{\min} = \frac{L^2}{2m} \left( 1 + \sqrt{1 - \frac{12m^2}{L^2}} \right) \quad (1.15)$$

Uma partícula material abandonada do infinito pode, dependendo da sua energia, acabar sendo capturada pelo buraco negro ou reflectida pela barreira de potencial para longe. Existe, como acontecia para os fotões, uma geodésica circular instável. O seu raio, dado por (1.14), oscila, consoante o valor de  $L$ , entre os  $3m$  e  $6m$ . Existe ainda uma geodésica circular estável cujo raio, dado por (1.15), é superior a  $6m$ . São também permitidas geodésicas elípticas estáveis (Figura A.4).

A equação que relaciona as coordenadas  $r$  e  $\varphi$  pode escrever-se, introduzindo (1.9) em (1.12), na forma:

$$\left( \frac{dr}{d\varphi} \right)^2 = (E^2 - \delta) \frac{r^4}{L^2} + \frac{2mr^3}{L^2} \delta - r^2 + 2mr \quad (1.16)$$

### 1.2.3 Desvio gravitacional para o vermelho

Consideremos um buraco negro de Schwarzschild de massa  $m$  e uma partícula material de coordenada radial  $r_1 > 2m$ . Vamos supor que essa partícula emite luz de um dado comprimento de onda e que alguns desses raios de luz são captados por um observador distante de coordenada radial  $r_2 > r_1$ . O período de emissão em termos de tempo próprio, que designaremos por  $d\tau_1$ , relaciona-se com o período de emissão em termos de tempo-coordenada, que designaremos por  $dt_1$ , através da seguinte relação (e.g. Berman & Gomide 1987):

$$d\tau_1 = \sqrt{1 - \frac{2m}{r_1}} dt_1$$

De modo análogo, o período de recepção, em termos de tempo próprio, que designaremos por  $d\tau_2$ , relaciona-se com o período de recepção em termos de tempo-coordenada, que designaremos por  $dt_2$ , através da seguinte relação:

$$d\tau_2 = \sqrt{1 - \frac{2m}{r_2}} dt_2$$

Como o espaço-tempo de Schwarzschild é estático (os elementos do tensor métrico (1.4) não dependem explicitamente do tempo) fica  $dt_1 = dt_2$  (e.g. d'Inverno 1992). Relacionando as duas expressões anteriores obtemos:

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{cd\tau_2}{cd\tau_1} = \frac{\sqrt{1 - \frac{2m}{r_2}}}{\sqrt{1 - \frac{2m}{r_1}}}$$

onde  $\lambda_1$  e  $\lambda_2$  são os comprimentos de onda registados no momento da emissão e da recepção respectivamente. Se supusermos que  $r_2 \gg r_1$  então o numerador do lado direito desta expressão pode ser substituído pela unidade ficando:

$$\lambda_2 = \frac{\lambda_1}{\sqrt{1 - \frac{2m}{r_1}}} \quad (1.17)$$

À medida que a partícula se aproxima do buraco negro, o valor de  $\lambda_2$  vai aumentando progressivamente. O observador distante regista assim um *desvio para o vermelho* no comprimento de onda da luz emitida pela partícula. Esse desvio vai ficando cada vez mais acentuado tornando-se infinito sobre o horizonte de acontecimentos. Diz-se que  $r=2m$  é uma superfície de desvio para o vermelho infinito. Por seu turno  $\lambda_1$  permanece sempre constante pois corresponde ao comprimento de onda, de emissão, medido no referencial da partícula.

#### 1.2.4 Conversão de massa em energia radiativa

Resolvendo (1.15) em ordem a  $L^2$  e substituindo o resultado na equação radial (1.12) obtemos, no caso das geodésicas circulares para partículas com massa, a seguinte expressão para o integral da energia:

$$E^2 = \frac{\left(1 - \frac{2m}{r}\right)^2}{1 - \frac{3m}{r}}$$

No caso da última órbita circular estável ( $r=6m$ ) esta expressão toma o valor:

$$E_{6m} = \sqrt{\frac{8}{9}}$$

pelo que a energia de ligação, por unidade de massa, para uma partícula nessa órbita é:

$$E_{\text{lig}} = E_{\infty} - E_{6m} = 1 - \sqrt{\frac{8}{9}} \approx 5.72\%$$

Esta é a fracção de energia da partícula libertada quando esta, inicialmente em

repouso no infinito ( $V=E=1$ ), descreve um movimento espiral em direcção a um buraco negro de Schwarzschild, até à órbita circular estável mais interior (caindo depois em direcção ao horizonte de acontecimentos). Esta taxa de conversão de massa em outras formas de energia é muito superior à das reacções nucleares no seio das estrelas, a qual ronda apenas os 0.9% (no máximo), quando se dá a conversão  $H \rightarrow Fe$  (e.g. Shapiro & Teukolsky 1983).

### 1.2.5 Captura de partículas

A *secção de choque* para a captura de uma partícula material proveniente do infinito, por um buraco negro, é dada por (e.g. Shapiro & Teukolsky 1983):

$$\sigma_{\text{cap}} = \pi b_{\text{max}}^2$$

onde  $b_{\text{max}}$  é o valor máximo que o *parâmetro de impacto*,  $b$ , pode ter para que a partícula seja capturada. Se o parâmetro de impacto for nulo, temos uma captura frontal, e se for superior a  $b_{\text{max}}$ , não ocorre captura. O parâmetro de impacto é determinado, como se depreende da Figura 1.2, pela expressão:

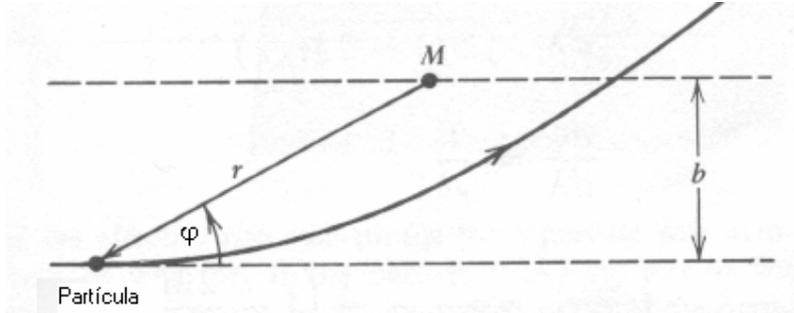
$$b = \lim_{r \rightarrow \infty} r \sin(\epsilon) \approx r \epsilon \quad (1.18)$$

Quando  $r \rightarrow \infty$  podemos desprezar os termos de ordem inferior a  $r^4$  na equação (1.16) ficando:

$$\left( \frac{dr}{d\phi} \right)^2 = (E^2 - 1) \frac{r^4}{L^2}$$

Introduzindo nesta equação o resultado (1.18) vem:

$$\frac{1}{b^2} = \frac{E^2 - 1}{L^2}$$



**Figura 1.2** - Parâmetro de impacto  $b$  para uma partícula com uma trajetória  $r=r(\varphi)$  na vizinhança de um buraco negro de massa  $M$  (adaptado de Shapiro & Teukolsky 1983).

Quando  $r \rightarrow \infty$  a função potencial, dada pela expressão (1.13), tende para a unidade. Podemos, assim, interpretar  $E^2 - 1$  como a energia cinética da partícula no infinito. Considerando que a velocidade da partícula no infinito é  $v_\infty$  temos a relação:

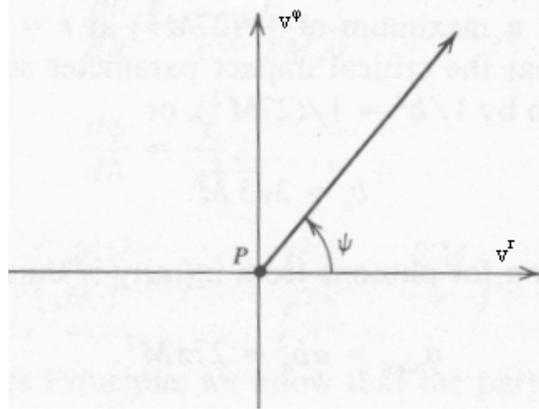
$$L = bv_\infty$$

Se for  $v_\infty \ll 1$  (partícula não relativista) então temos  $E \approx 1$ . Nesse caso para haver captura o valor máximo da barreira de potencial,  $V_{\max}$ , terá de ser inferior à unidade. Como  $V_{\max} = 1$  para  $L = 4m$  (e.g. Shapiro & Teukolsky 1983) temos que qualquer partícula com  $L < 4m$  será capturada pelo buraco negro, pois, para essa partícula, não existe barreira de potencial que a reflecta. Conciliando este facto com a expressão anterior resulta:

$$b_{\max} = \frac{4m}{v_\infty}$$

o que nos permite escrever, para a secção de choque, a expressão:

$$\sigma_{\text{cap}} = \frac{4\pi(2m)^2}{v_\infty^2} = \frac{4\pi r_s^2}{v_\infty^2} \quad (1.19)$$



**Figura 1.3** - Ângulo entre a direcção de propagação de um fóton e a direcção de  $v^r$ , num dado ponto  $P$  (adaptado de Shapiro & Teukolsky 1983).

### 1.2.6 Ângulo de captura de fótons

Seja  $\psi$  o ângulo entre a direcção de propagação de um fóton e a direcção radial, num dado ponto  $P$ , como se mostra na Figura 1.3. Atendendo a que, em unidades geometrizadas a velocidade da luz é igual à unidade, as componentes da velocidade, num referencial local, podem ser escritas como:

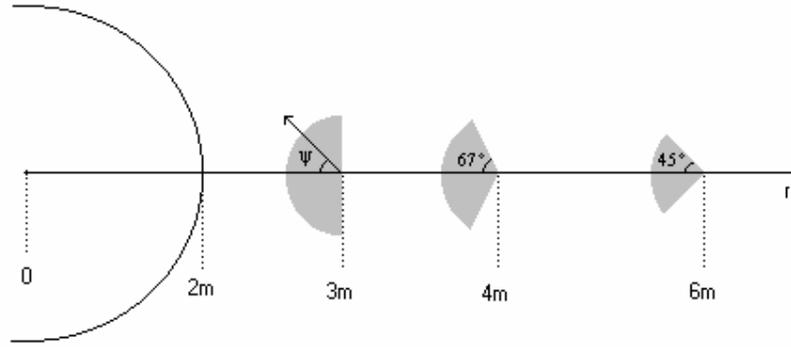
$$\begin{cases} v^\phi = \sin(\psi) & \text{(componente azimutal)} \\ v^r = \cos(\psi) & \text{(componente radial)} \end{cases}$$

Por outro lado, do ponto de vista de um observador local, a componente azimutal da velocidade é dada por (e.g. Shapiro & Teukolsky 1983):

$$v^{e\phi} = \sin(\psi) = \frac{f}{r} \left(1 - \frac{2m}{r}\right)^{1/2} \quad (1.20)$$

onde estamos a considerar  $f=L/E$ . A equação (1.12) pode escrever-se, para o caso dos fótons, do seguinte modo:

$$\left(\frac{dr}{dv}\right)^2 = \frac{L^2}{f^2} - V_f^2 = \frac{L^2}{f^2} - \left(1 - \frac{2m}{r}\right) \frac{L^2}{r^2} \quad (1.21)$$



**Figura 1.4** - Captura de fótons por um buraco negro de Schwarzschild do ponto de vista de um observador local. Os fótons emitidos de cada ponto (abscissa  $r$ ) para o interior da região a cinzento são capturados (e.g. Shapiro & Teukolsky 1983)

onde  $v$  é um parâmetro afim e  $V_f$  é dado por (1.13) com  $\delta=0$ .

O potencial efectivo  $V_f$  é máximo quando  $r=3m$ , ou seja, no ponto, correspondente à única geodésica circular permitida aos fótons (Secção 1.2.2). Fazendo na equação (1.21)  $r=3m$  resulta:

$$f = 3\sqrt{3}m \quad (r = 3m) \quad (1.22)$$

Um fóton, proveniente do infinito, será capturado se  $f$  for inferior ao valor anterior e será reflectido se  $f$  for superior a esse valor. O parâmetro  $f$  é claramente um parâmetro de impacto.

Assim, conjugando (1.20) com (1.22), resulta que do ponto de vista de um observador local, um fóton, deslocando-se em direcção ao buraco negro ( $r$  decrescente), pode escapar à captura apenas se se verificar a condição:

$$\sin(\psi) > \frac{3\sqrt{3}m}{r} \left(1 - \frac{2m}{r}\right)^{1/2} \quad (1.23)$$

Em  $r=6m$  um fóton, deslocando-se em direcção ao buraco negro, pode escapar apenas quando  $\psi > 45^\circ$  (Figura 1.4) e em  $r=4m$  quando  $\psi > 67^\circ$ . Em  $r=3m$  já é  $\psi > 90^\circ$  pelo que o fóton já não pode escapar. Isto significa que 50% da luz radiada por um emissor isotrópico situado sobre a rotofera (Secção 1.2.2) é irremediavelmente capturada.

### 1.2.7 Outros tipos de buracos negros

Quando se dá a formação de um buraco negro, seja por que processo for, é apenas retida informação acerca da massa, carga eléctrica e momento angular. Qualquer outra informação relativa ao corpo que originou o buraco negro (e.g. forma geométrica, tipo de matéria, campo magnético) é completamente radiada para longe ou simplesmente engolida<sup>2</sup>. No caso de a carga eléctrica e o momento angular serem nulos temos um buraco negro caracterizado apenas pelo valor da sua massa. Estes buracos negros, ditos de Schwarzschild, já foram discutidos na Secção 1.2.1.

Caso exista, para além da massa, uma quantidade não nula de carga eléctrica então dizemos que temos um buraco *negro de Reissner-Nordström*. A métrica para este tipo de buracos negros escreve-se, em coordenadas esféricas, na forma (e.g. d' Inverno 1992):

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2m}{r} + \frac{\varepsilon^2}{r^2}\right) dt^2 - \frac{1}{1 - \frac{2m}{r} + \frac{\varepsilon^2}{r^2}} dr^2 - r^2 d\theta^2 - r^2 \sin^2 \theta d\phi^2$$

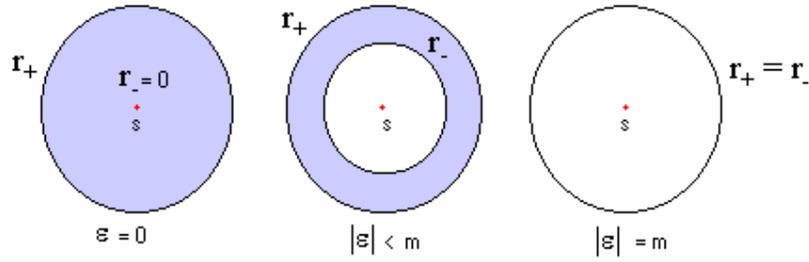
onde  $m$  continua a ser, como na solução de Schwarzschild, a massa geometrizada e  $\varepsilon$  é a carga eléctrica escrita também em unidades geometrizadas. Note-se que quando  $\varepsilon=0$  o elemento de linha anterior reduz-se à métrica de Schwarzschild (1.1). A solução de Reissner-Nordström apresenta uma única singularidade real para  $r=0$ . A singularidade associada a  $g_{11}=0$  é apenas aparente podendo ser removida mediante uma escolha conveniente de coordenadas (e.g. d' Inverno 1992). O horizonte de acontecimentos para este tipo de buraco negro é determinado resolvendo a equação (e.g. d' Inverno 1992):

$$g^{11} = \frac{1}{g_{11}} = 1 - \frac{2m}{r} + \frac{\varepsilon^2}{r^2} = 0$$

(onde  $g^{11}$  é determinado com a ajuda da expressão 1.5). A equação tem duas soluções:

---

<sup>2</sup> Este facto levou o físico teórico John Wheeler a proferir a célebre frase "Black holes have no hair" (e.g. Novikov 1995)



**Figura 1.5** - Estrutura interna de alguns buracos negros de Reissner-Nordström. Em cada caso foram indicados os dois horizontes de acontecimentos,  $r_+$  e  $r_-$ , e a singularidade  $s$ . O buraco negro da esquerda tem carga nula ( $\epsilon=0$ ) e por isso é na realidade um buraco negro de Schwarzschild. Por sua vez o buraco negro da direita tem a carga máxima permitida ( $\epsilon=m$ ) e por isso diz-se que é um buraco negro de Reissner-Nordström extremo.

$$r_+ = m + \sqrt{m^2 - \epsilon^2}$$

$$r_- = m - \sqrt{m^2 - \epsilon^2}$$

Num buraco negro de Reissner-Nordström existem dois horizontes de acontecimentos ( $r_+$  e  $r_-$ ). O horizonte de raio  $r_+$ , mais exterior, é semelhante ao dos buracos negros de Schwarzschild. Quando  $\epsilon=0$ ,  $r_-$  é nulo e  $r_+=2m$ . Por outro lado quando  $\epsilon=m$  os dois horizontes coincidem (são iguais a  $m$ ) e dizemos, nesse caso, que temos um *buraco negro de Reissner-Nordström extremo*. Na Figura 1.5 estão representadas as estruturas de alguns buracos negros de *Reissner-Nordström*.

Se, para além da respectiva massa, o buraco negro tiver movimento de rotação e for electricamente neutro temos um *buraco negro de Kerr*<sup>3</sup>. A métrica correspondente, também designada por *métrica de Kerr*, é muitas vezes escrita na forma de Boyer-Lindquist (e.g. d' Inverno 1992):

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2mR}{\rho^2}\right) dt^2 - \frac{\rho^2}{\Delta} dR^2 - \rho^2 d\theta^2 + \frac{4amR}{\rho^2} \sin^2(\theta) dt d\phi - \frac{\sin^2(\theta)}{\rho^2} \left[ (R^2 + a^2)^2 - a^2 \Delta \sin^2(\theta) \right] d\phi^2 \quad (1.24)$$

<sup>3</sup> O nome foi atribuído em homenagem ao neozelandês Roy Kerr que em 1963 descobriu a solução das equações do campo para um corpo em rotação.

com:

$$\rho^2 = R^2 + a^2 \cos^2(\theta) \quad (1.25)$$

$$\Delta = R^2 - 2mR + a^2$$

onde o parâmetro  $a$  traduz o momento angular do buraco negro por unidade de massa. Note-se que quando  $a=0$ , ou seja, quando o buraco negro não tem rotação é recuperada a métrica de Schwarzschild (1.1). As coordenadas  $(R, \theta, \varphi)$  estão relacionadas com as coordenadas cartesianas  $(x, y, z)$  do seguinte modo:

$$\begin{cases} x = R \sin(\theta) \cos(\varphi) + a \sin(\theta) \sin(\varphi) \\ y = R \sin(\theta) \sin(\varphi) - a \sin(\theta) \cos(\varphi) \\ z = R \cos(\theta) \end{cases} \quad (1.26)$$

A coordenada  $R$  não corresponde à coordenada radial usual. A coordenada radial usual,  $r$ , é dada por:

$$r^2 = x^2 + y^2 + z^2 = R^2 + a^2 \sin^2(\theta)$$

sendo, no entanto,  $R \approx r$  quando  $r \gg a$  ou quando  $a \approx 0$ . A métrica de Kerr depende de  $\theta$  e por isso não é simetricamente esférica. No entanto, como não depende de  $\varphi$  concluímos que é axialmente simétrica. O eixo de simetria, que coincide com o eixo de rotação do buraco negro, é, por convenção, o eixo  $ZZ'$ . A métrica de Kerr apresenta uma única singularidade real correspondente a  $\rho=0$  (e.g. d' Inverno 1992). A partir de (1.25) e (1.26), com  $\rho=0$  e  $a \neq 0$ , tiramos que:

$$\begin{cases} r^2 = a^2 \\ z = 0 \end{cases} \quad (1.27)$$

Isto significa que, para um buraco negro em rotação, a singularidade consiste num anel assente no plano equatorial. Quanto maior a velocidade de rotação, maior o raio da singularidade. Quando  $a=0$  temos um buraco negro de Schwarzschild com a sua

singularidade pontual. O horizonte de acontecimentos para um buraco negro de Kerr é determinado a partir de  $g^{11}=0$ . A partir da expressão (1.5) pode verificar-se que  $g^{11}=1/g_{11}$ , ou seja,  $g^{11}=-\Delta/\rho^2$ . Resolvendo então a equação  $\Delta=0$  obtêm-se as soluções:

$$r_+ = \sqrt{a^2 \sin^2(\theta) + \left(m + \sqrt{m^2 - a^2}\right)^2} \quad (1.28)$$

$$r_- = \sqrt{a^2 \sin^2(\theta) + \left(m - \sqrt{m^2 - a^2}\right)^2} \quad (1.29)$$

Num buraco negro de Kerr existe um horizonte de acontecimentos mais interior  $r_-$  e outro mais exterior  $r_+$ . A partir das expressões (1.28) e (1.29) verifica-se que a velocidade angular do buraco negro não pode exceder  $m$ . Quando  $a=m$  fica  $r_-=r_+$  e dizemos que temos um *buraco negro de Kerr máximo*.

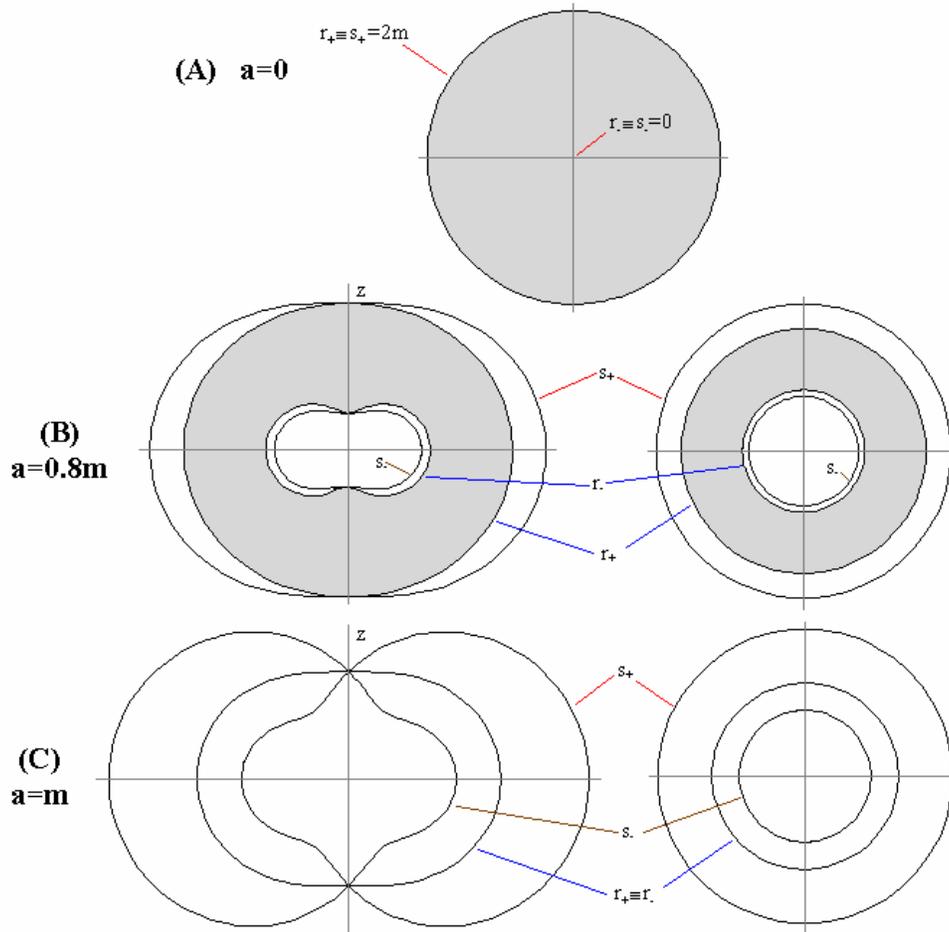
Num buraco negro de Schwarzschild o horizonte de acontecimentos é simultaneamente uma superfície de desvio para o vermelho infinito (Secção 1.2.3). No caso de um buraco negro com rotação não acontece o mesmo. A superfície de desvio para o vermelho infinito pode ser determinada avaliando  $g_{00}=0$  (e.g. d' Inverno 1992), resultando:

$$s_+ = \sqrt{a^2 \sin^2(\theta) + \left(m + \sqrt{m^2 - a^2 \cos^2(\theta)}\right)^2}$$

$$s_- = \sqrt{a^2 \sin^2(\theta) + \left(m - \sqrt{m^2 - a^2 \cos^2(\theta)}\right)^2} \quad (1.30)$$

A superfície  $s_+$  é exterior a  $r_+$ , tocando este apenas sobre os pólos.  $s_+$  é também conhecida por *superfície do limite estacionário* uma vez que, embora ainda seja possível a uma partícula escapar do seu interior, entre esta e  $r_+$  não é permitido o repouso. Tudo é arrastado no sentido da rotação do buraco negro. Na Figura 1.6 está representada a estrutura no plano equatorial ( $\theta=90^\circ$ ) e segundo um plano meridiano de buracos negros de Kerr com  $a=0.8m$  e  $a=m$  (foi representada também a estrutura do buraco negro de Schwarzschild para efeitos de comparação).

Por último vamos referir os *buracos negros de Kerr-Newmann*. Estes caracterizam-se por possuírem massa, carga eléctrica e momento angular (e.g.

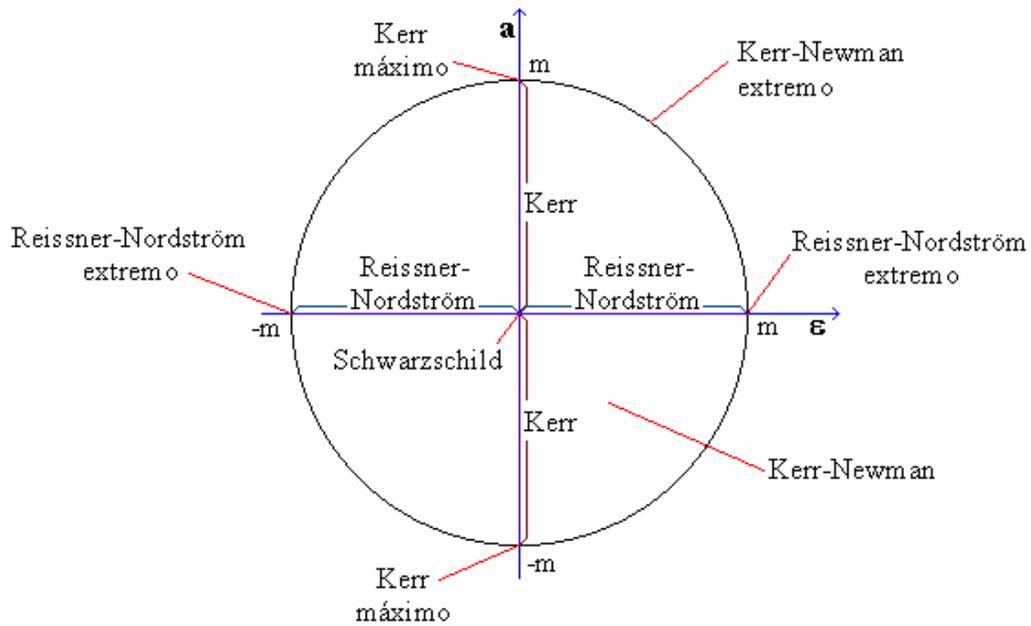


**Figura 1.6** - (A) Estrutura de um buraco negro de Schwarzschild (buraco negro de Kerr com  $a=0$ ). (B) Estrutura de um buraco negro de Kerr com  $a=0.8m$  segundo um plano meridiano (à esquerda) e segundo o plano equatorial ( $\theta=90^\circ$ ; à direita). (C) Estrutura de um buraco negro de Kerr máximo ( $a=m$ ) segundo um plano meridiano (à esquerda) e segundo o plano equatorial (à direita).

Demianski 1985). Num buraco negro de Kerr-Newmann a carga eléctrica e o momento angular por unidade de massa devem respeitar a relação (e.g. Davies 1978):

$$a^2 + \varepsilon^2 \leq m^2 \quad (1.31)$$

Quando se verifica a igualdade, na expressão anterior, diz-se que temos um *buraco negro de Kerr-Newmann extremo*. Este é o caso limite de um objecto que ainda possui um horizonte de acontecimentos. No diagrama da Figura 1.7 estão incluídos todos os tipos de buracos negros descritos anteriormente.



**Figura 1.7** - Cada ponto da circunferência representa um buraco negro de Kerr-Newman extremo. Todos os outros buracos negros são representados por pontos interiores à circunferência. Ao buraco negro de Schwarzschild corresponde a origem dos eixos. Os buracos negros de Reissner-Nordström são representados pelos pontos do eixo  $\epsilon$  (carga eléctrica) e os buracos negros de Kerr pelos pontos do eixo  $a$  (momento angular).

### 1.2.8 Termodinâmica de buracos negros

A fronteira de um buraco negro é dada pelo respectivo horizonte de acontecimentos. Sobre o horizonte residem as trajectórias espaço-temporais dos raios luminosos emitidos no momento da formação do mesmo. Estas trajectórias são sempre não convergentes (e.g. Hawking 1994). Com base neste facto Stephen Hawking provou um importante teorema sobre buracos negros (e.g. Hawking & Ellis 1973), designado por *Teorema da Área*, que indicamos a seguir:

**Teorema da área** - Em qualquer interacção a área da superfície,  $A$ , de um buraco negro nunca pode decrescer ( $\delta A \geq 0$ ).

Este comportamento, da área da superfície do buraco negro sugere uma forte analogia com a quantidade termodinâmica *entropia*. A desordem (entropia) de um sistema aumenta sempre ou, quanto muito, permanece constante. Podemos colocar uma certa ordem numa parte do sistema, mas sempre à custa de um aumento da desordem de outra parte do sistema. Globalmente, "a entropia nunca decresce" (*Segunda Lei da Termodinâmica*; e.g. Holman 1988).

A Segunda Lei da Termodinâmica é diferente de outras leis físicas no sentido em que podem ocorrer violações da mesma. Essas violações são muito pouco prováveis. No entanto, se lançarmos alguma matéria com elevado grau de entropia para o interior de um buraco negro teríamos aparentemente um decréscimo da entropia relativa à matéria exterior ao buraco negro. Note-se que qualquer entropia existente no interior do buraco negro não pode ser contabilizada por um observador externo. Estamos assim perante uma violação da Segunda Lei da Termodinâmica. Para tornar este problema foi então sugerido que a área do horizonte de acontecimentos do buraco negro era uma medida da sua entropia. Assim, quando um buraco negro absorve matéria, a sua área, ou seja a sua entropia, aumenta. A soma da entropia da matéria exterior com a entropia do buraco negro é sempre crescente no tempo. O Teorema da área pode assim ser visto como uma *Segunda Lei da Termodinâmica para Buracos Negros*.

A *Primeira Lei da Termodinâmica*, que traduz a conservação da energia de um sistema que troca energia com a sua vizinhança na forma de calor ou trabalho, pode escrever-se como (e.g. Holman 1988):

$$dU = dQ + dW$$

onde  $U$  representa a energia interna do sistema (que depende apenas do estado do mesmo),  $Q$  representa o calor transferido entre o sistema e a sua vizinhança e  $W$  o trabalho realizado pelo sistema sobre a sua vizinhança. É possível escrever uma expressão equivalente para buracos negros.

A área total da superfície do horizonte de acontecimentos de um buraco negro de Kerr-Newmann é dada por (e.g Davies 1978):

$$A = 4\pi \left[ 2m^2 - \epsilon^2 + 2m^2 \sqrt{1 - \frac{\epsilon^2}{m^2} - \frac{a^2}{m^2}} \right] \quad (1.32)$$

com  $\varepsilon^2 < m^2$  e  $a^2 < m^2$ . Resolvendo esta equação em ordem a  $m$  vem:

$$m = \frac{\sqrt{A^2 + 8\pi A\varepsilon^2 + 16\pi^2\varepsilon^4}}{\sqrt{\pi}\sqrt{16A - 64\pi a^2}}$$

Se interpretarmos  $m$  como a energia interna do buraco negro então a *Primeira Lei da Termodinâmica para Buracos Negros* será dada pelo diferencial total de  $m$  que escreveremos na forma (Davies 1978):

$$dm = \frac{\kappa}{8\pi} dA + W_L da + W_\varepsilon d\varepsilon \quad (1.33)$$

onde  $\kappa/(8\pi) \equiv \partial m/\partial A$ ,  $W_L \equiv \partial m/\partial a$  e  $W_\varepsilon \equiv \partial m/\partial \varepsilon$ . Os termos  $W_L da$  e  $W_\varepsilon d\varepsilon$  correspondem, respectivamente, ao trabalho efectuado na alteração do momento angular e da carga eléctrica do buraco negro. Se  $A$  desempenha o papel da entropia então  $\kappa$  desempenha o papel da temperatura ( $dQ \propto TdS$ ; Segunda Lei da Termodinâmica).

A *Lei Zero da Termodinâmica* afirma que "num sistema em equilíbrio termodinâmico as diferentes partes são caracterizadas por uma temperatura comum" (e.g. Holman 1988). É possível mostrar que o parâmetro de temperatura  $\kappa$ , também designado por *gravidade superficial*, é constante ao longo de toda a superfície do horizonte de acontecimentos. Este resultado traduz a *Lei Zero da Termodinâmica para Buracos Negros* (e.g. Davies 1978).

A *Terceira Lei da Termodinâmica* afirma que "a entropia de qualquer substância pura tende para zero à medida que a respectiva temperatura absoluta se aproxima do zero" (e.g. Holman 1988). A gravidade superficial,  $\kappa$ , tende para zero quando é satisfeita a igualdade na relação (1.31). Embora a entropia do buraco negro tenda para um valor finito, diferente de zero, podemos tomar:

$$a^2 + \varepsilon^2 = m^2$$

como sendo a expressão para a *Terceira Lei da Termodinâmica de buracos negros* (e.g. Davies 1978).

## 1.3 Formação

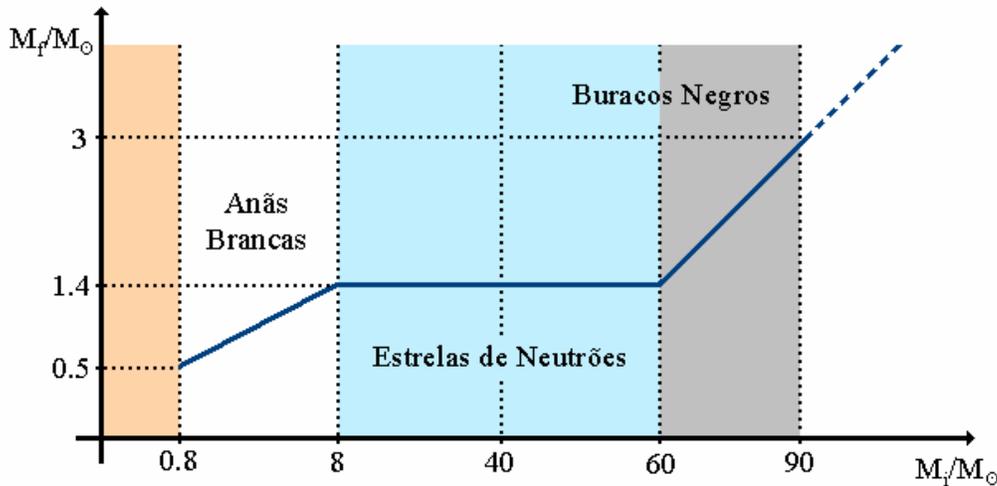
### 1.3.1 Buracos negros estelares

O destino final de uma estrela depende da respectiva massa inicial. Uma estrela com uma massa inicial de  $0.8-8M_{\odot}$  acabará como uma anã branca de massa  $0.5-1.4M_{\odot}$ . Se a massa inicial da estrela for  $8-60M_{\odot}$  então o produto final será provavelmente uma estrela de neutrões de  $\approx 1.4M_{\odot}$ . Se a massa inicial da estrela se situar entre as  $60-90M_{\odot}$  então o produto final será um buraco negro de massa superior a  $1.4M_{\odot}$ . Estrelas cuja massa inicial seja superior a  $90M_{\odot}$  são estruturalmente instáveis sabendo-se pouco acerca da respectiva evolução. É provável que também se formem buracos negros (e não estrelas de neutrões) a partir de estrelas com massas iniciais de  $40-60M_{\odot}$ . Esses buracos negros teriam massas muito próximas de  $1.4M_{\odot}$  (e.g. Unsöld & Baschek 2002; Padmanabhan 2001; Binney & Merrifield 1998).

Na Figura 1.8 está representada a massa dos restos estelares em função da massa estelar inicial. Os valores apresentados têm um carácter meramente indicativo uma vez que os mesmos não são conhecidos com exactidão.

Existe um limite superior para a massa de uma estrela de neutrões. O valor desse limite não é bem conhecido. Unsöld & Baschek (2002) falam em  $1.8M_{\odot}$  mas, por exemplo, Padmanabhan (2001) considera  $3-5M_{\odot}$ . De qualquer forma restos estelares cuja massa seja superior ao permitido para uma estrela de neutrões representam configurações de matéria para as quais não existe um estado de equilíbrio. Nesses casos ocorre o colapso gravitacional da estrela (e.g. Padmanabhan 2001; Demianski 1985; Hawking & Ellis 1973)

Para um observador distante o raio da estrela diminui progressivamente aproximando-se do respectivo raio de Schwarzschild (Secção 1.2.1). Esse ponto será atingido apenas assintoticamente, ou seja, ao fim de um intervalo de tempo infinito. No entanto a radiação electromagnética emitida pela estrela sofre um desvio para o vermelho (Secção 1.2.3) cada vez mais intenso, acabando o respectivo comprimento de onda por ser indetectável. A estrela torna-se então invisível para o observador distante.



**Figura 1.8** - Massa dos restos estelares ( $M_f$ ) e respectiva natureza em função da massa estelar inicial ( $M_i$ )

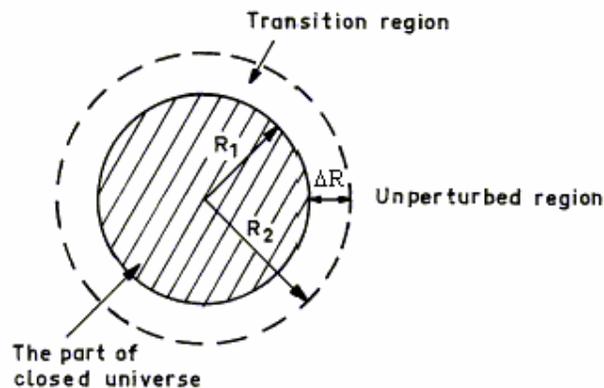
Do ponto de vista de um observador local, solidário com a superfície da estrela, tudo se passa de uma forma diferente. Para este o raio de Schwarzschild não só é atingido num tempo finito, como o processo de contracção continua a partir desse ponto. A estrela tende para um volume nulo, ou seja, para uma densidade infinita.

No processo libertam-se enormes quantidades de energia que, a exemplo do que acontece numa supernova, são transferidas para o envelope da estrela podendo fazer com que este seja violentamente expulso. Se for esse o caso, o observador distante registará uma explosão catastrófica que não saberá distinguir de outras não relacionadas com a formação de buracos negros (e.g. Demianski 1985).

Podemos ter também outros cenários para a formação de buracos negros de massa estelar. Por exemplo, uma estrela de neutrões, pertencente a um sistema binário, pode, ao acretar matéria da sua companheira, atingir uma massa acima do nível permitido. Se isso acontecer então ocorre o colapso da estrela dando origem a um buraco negro (e.g. Luminet 1998).

### 1.3.2 Buracos negros primordiais

É possível que no *Universo Primordial*, nos instantes seguintes ao *Big Bang*, tenham estado reunidas as condições para que se formassem buracos negros de pequena massa (Hawking 1971).



**Figura 1.9** - Representação de uma perturbação de densidade no Universo primordial. A perturbação propriamente dita cinge-se à região de raio  $R_1$ . Existe uma zona de transição de espessura  $\Delta R$  de cujo valor depende a formação ou não de um buraco negro (adaptado de Novikov et al. 1979).

Sabemos que nesses primórdios devem ter ocorrido algumas irregularidades pois se assim não fosse hoje o Universo seria perfeitamente uniforme e não existiriam estruturas, como por exemplo, as galáxias (e.g. Carr & Hawking 1974).

Essas irregularidades consistiam em perturbações de densidade nas mais variadas escalas de comprimento. Uma dessas perturbações está esquematicamente representada na Figura 1.9. A perturbação propriamente dita está encerrada numa região de raio  $R_1$ . A transição entre a região perturbada e a região não perturbada faz-se gradualmente através de um anel de espessura  $\Delta R = R_2 - R_1$  (cf. Figura 1.9). A formação de buracos negros depende fortemente da espessura desta região de transição. Se  $\Delta R$  for suficientemente pequeno, isto é, se  $R_1/R_2 \approx 1$ , surgem gradientes de pressão bastante elevados e as perturbações de densidade crescem violentamente. No interior do volume de raio  $R_1$  a energia potencial gravítica passa a dominar sobre a energia cinética da expansão. Esta região deixa assim de se expandir com o resto do Universo e colapsa dando origem a um buraco negro (Novikov et al. 1979).

Os buracos negros formados nos instantes iniciais dizem-se primordiais. A massa inicial de um buraco negro primordial está relacionada com a densidade do Universo,  $\rho_U$  ( $\text{kgm}^{-3}$ ), e com a idade do Universo,  $t_U$  (s), no momento da formação através da expressão (e.g. Kiefer 2002; Eardley & Press 1975):

$$M_{\text{bnp}} \approx \sqrt{\frac{c^6}{\rho_U G^3}} \approx 10^{35} t_U \quad (\text{kg}) \quad (1.34)$$

De acordo com esta expressão devem ter-se formado primeiro os buracos negros de menor massa. Os primeiros buracos negros podem ter-se formado quando a idade do Universo era da ordem do tempo de Planck ( $\approx 10^{-43}$ s) com massas da ordem da massa de Planck ( $\approx 10^{-8}$ kg). Quando a idade do Universo era próxima dos  $10^{-23}$ s podem ter-se formado buracos negros com massas da ordem dos  $10^{12}$ kg. Quando o Universo tinha  $10^{-5}$ s podem ter surgido buracos negros de  $1M_\odot$  e aos 10s buracos negros de  $10^6 M_\odot$ .

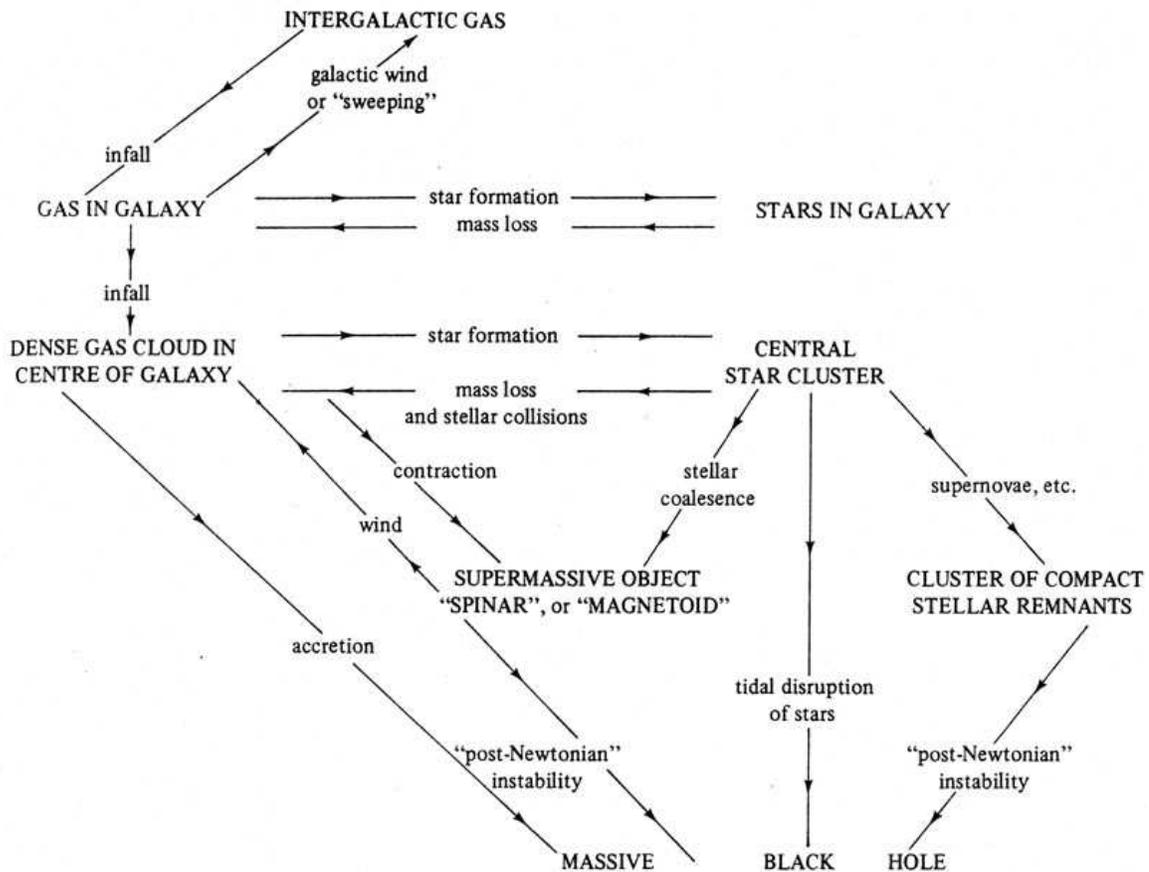
### 1.3.3 Buracos negros supermassivos

Existem evidências observacionais que apontam para a presença de objectos compactos de grande massa ( $>10^6 M_\odot$ ), eventualmente buracos negros supermassivos, no centro de algumas galáxias (Secção 3.1).

São vários os caminhos que podem levar à formação de um buraco negro supermassivo no centro de uma galáxia (Figura 1.10). Uma nuvem de gás presente na zona central de uma galáxia pode originar, por contracção, um objecto supermassivo que poderá colapsar originando um buraco negro supermassivo. Pode também acontecer que se forme um enxame estelar a partir dessa nuvem de gás.

Em resultado das colisões as estrelas do enxame podem trocar energia entre si. Uma estrela ao ganhar energia desloca-se mais para o exterior podendo mesmo ser expulsa do enxame. Por sua vez uma estrela ao perder energia desloca-se mais para o interior tornando a zona central ainda mais densa e, portanto, as interacções entre estrelas mais frequentes. Pode acabar por formar-se no centro do enxame um objecto compacto ( $>10^6 M_\odot$ ) que acabará por colapsar dando provavelmente origem a um buraco negro supermassivo (e.g. Misner et al. 1999).

Outra possibilidade é que em virtude das colisões se formem estrelas de massas superiores a  $8M_\odot$ . Estas estrelas deixariam como restos da sua evolução estrelas de neutrões e buracos negros de massa estelar (Figura 1.8). Poderia formar-se assim um enxame de objectos compactos que acabaria por colapsar dando origem a um buraco negro supermassivo (e.g. Shapiro & Teukolsky 1985).



**Figura 1.10** - Diagrama de Rees para a formação de buracos negros supermassivos (Rees 1978).

### 1.3.4 Evolução de um buraco negro

Uma vez formado um buraco negro, primordial ou não, este irá experimentar uma evolução que depende do tipo de condições presentes no meio em que se encontra. Independentemente de o meio ser mais ou menos denso haverá sempre acreção esférica de matéria e radiação pelo buraco negro. Nesse processo cresce a massa do buraco negro e, portanto, aumenta também o respectivo raio (Secção 1.4.1).

Um buraco negro pode acabar por alojar-se no núcleo de uma estrela. Este cenário é bastante aceitável se atendermos ao facto de que o raio de Schwarzschild de um buraco negro (expressão 1.3), mesmo estelar, é muito inferior ao raio de qualquer

estrela<sup>4</sup>. Não é assim de excluir a existência de buracos negros, de massas estelares ou inferiores, no núcleo de algumas estrelas. Numa situação dessas a matéria da estrela seria progressivamente acretada pelo buraco negro que desse modo cresceria (e.g. Eardley & Press 1975; Seok-Jae 1990).

Um buraco negro não se pode bifurcar por forma a originar dois buracos negros. Se dois buracos negros colidirem um com o outro fundem-se dando origem a um único buraco negro de massa igual ou superior à soma das massas dos dois buracos negros iniciais (e.g. Hawking & Ellis 1973).

Em todas as situações descritas anteriormente temos sempre como resultado um aumento da massa do buraco negro. Contudo os buracos negros também podem perder massa através da chamada radiação de Hawking (Secção 2.5) que será tanto mais eficiente quanto menor for a massa do buraco negro. É assim de admitir que alguns buracos negros primordiais, de massa relativamente pequena, em vez de terem crescido, tenham perdido parte da sua massa.

## 1.4 Processos de detecção indirecta

### 1.4.1 Acreção esférica de matéria

#### i) Campo magnético quase desprezável

Um buraco negro mergulhado numa nuvem de gás, mais ou menos densa, acaba sempre por acretar alguma matéria. Se o buraco negro estiver isolado e o gás não possuir uma quantidade de momento angular significativa então o processo de acreção tem simetria esférica.

Numa primeira abordagem à acreção esférica é comum considerar-se um gás sem colisões. No entanto a natureza do gás do meio interestelar e da matéria trocada entre estrelas em sistemas binários levam a crer que a acreção de matéria por objectos compactos (buracos negros, estrelas de neutrões e anãs brancas) seja hidrodinâmica (e.g. Shapiro & Teukolsky 1983). A taxa de acreção esférica hidrodinâmica em regime

---

<sup>4</sup> Por exemplo, o raio do Sol é cerca de  $2.4 \times 10^5$  superior ao respectivo raio de Schwarzschild.

adiabático (Bondi 1952), embora relativamente baixa, é cerca de  $10^9$  vezes superior à verificada no caso do gás sem colisões.

O estudo relativista da acreção esférica hidrodinâmica adiabática (e.g. Shapiro & Teukolsky 1983) revela que esta ocorre necessariamente em regime trans-sónico. Neste regime a velocidade do gás começa por ser inferior à velocidade local do som. Com a aproximação ao buraco negro a velocidade cresce, acabando por ultrapassar a velocidade local do som. Por outro lado, verifica-se que a taxa de acreção é máxima justamente no regime trans-sónico (Bondi 1952).

Na acreção esférica, o gás que circunda o buraco negro, maioritariamente constituído por hidrogénio, vai caindo radialmente sob a influência do campo gravítico. Nesse processo o gás é comprimido à medida que energia gravitacional vai sendo convertida em energia cinética. Quando as partículas de gás colidem inelasticamente, parte dessa energia é libertada escapando sob a forma de radiação. O cálculo do montante de radiação emitido não é, no caso geral, trivial. Devem ser resolvidas as equações hidrodinâmicas para o movimento do gás, juntamente com as equações da transferência radiativa (e.g. Shapiro & Teukolsky 1983).

Vamos considerar o espectro emergente da acreção esférica, não adiabática, por um buraco negro de Schwarzschild (e.g. Shapiro 1973a). Para isso é preciso resolver numericamente as equações do problema. Uma das equações chave é a *equação da continuidade* a qual, na forma relativista, considerando a métrica de Schwarzschild (1.1), se pode escrever como (e.g. Shapiro & Teukolsky 1983):

$$\frac{1}{n} \frac{dn}{dr} + \frac{1}{u} \frac{du}{dr} + \frac{2}{r} = 0 \quad (1.35)$$

onde  $u$  é a componente radial da velocidade dirigida para dentro e  $n$  é a densidade bariónica. Outra equação chave do problema é a *equação de Euler* a qual, na forma relativista, se pode escrever como (e.g. Shapiro & Teukolsky 1983):

$$u \frac{du}{dr} = -\frac{1}{\rho + p} \frac{\partial p}{\partial r} \left( 1 + u^2 - \frac{2m}{r} \right) - \frac{m}{r^2} \quad (1.36)$$

onde  $p$  é a pressão do gás,  $\rho$  é a densidade massa-energia interna do gás e  $m$  é a massa geometrizada do buraco negro (expressão 1.2). Temos ainda a equação da entropia que se pode escrever como (Shapiro 1973a):

$$\frac{d\rho}{dr} - \frac{\rho}{n} \frac{dn}{dr} - \frac{p}{n} \frac{dn}{dr} = \frac{\Lambda(T) - \Gamma(T)}{u} \quad (1.37)$$

onde  $\Lambda(T)$  e  $\Gamma(T)$  correspondem respectivamente às taxas de arrefecimento e de aquecimento do gás por unidade de tempo e de volume. Estas funções da temperatura dependem, naturalmente, do tipo de região considerado.

As condições de fronteira podem ser extraídas a partir dos resultados obtidos para o estudo não relativista (Bondi 1952). Consideraremos então a equação de estado politrópica:

$$p = K\rho^\gamma$$

onde  $K$  e  $\gamma$  são constantes. A constante  $\gamma$  é o chamado índice politrópico do gás e deve ser tal que  $1 \leq \gamma \leq 5/3$ . Consideremos também a taxa de acreção (e.g. Shapiro & Teukolsky 1983):

$$\frac{dM}{dt} = 4\pi\lambda \left( \frac{GM}{a_\infty^2} \right)^2 \rho_\infty a_\infty$$

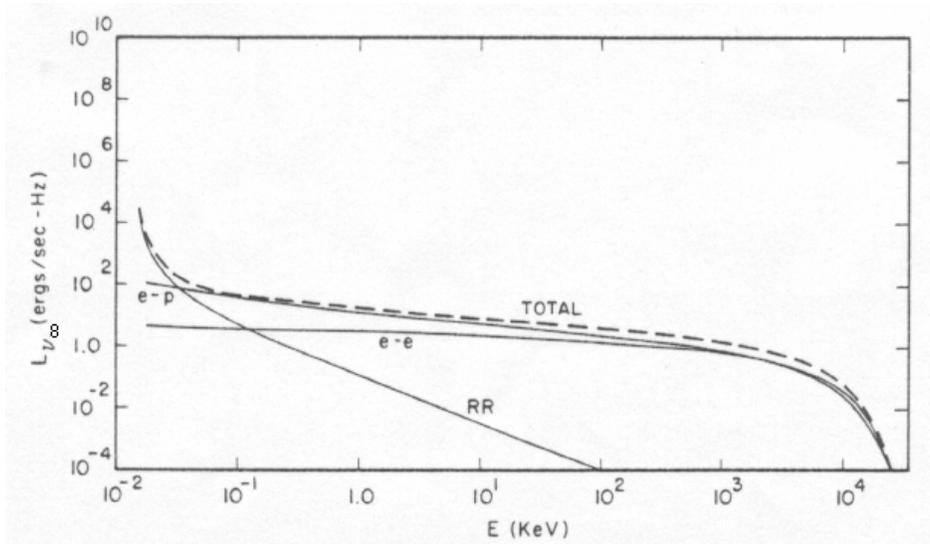
onde  $\lambda$  é o chamado parâmetro adimensional para a acreção,  $a_\infty$  é a velocidade do som no infinito e  $\rho_\infty$  é a densidade massa-energia no infinito.

Dados  $n(r)$ ,  $T(r)$  e  $u(r)$ , a partir da integração numérica das equações (1.35), (1.36) e (1.37), a computação da luminosidade observada,  $L_{v_\infty}$ , é imediata (Shapiro 1973a). No caso de uma região HII o espectro emitido (situado na banda dos raios X e raios gama) tem uma curva característica de bremsstrahlung com  $T \approx 10^{11} \text{K}$  (Figura 1.11) e uma luminosidade total dada por (Shapiro 1973b):

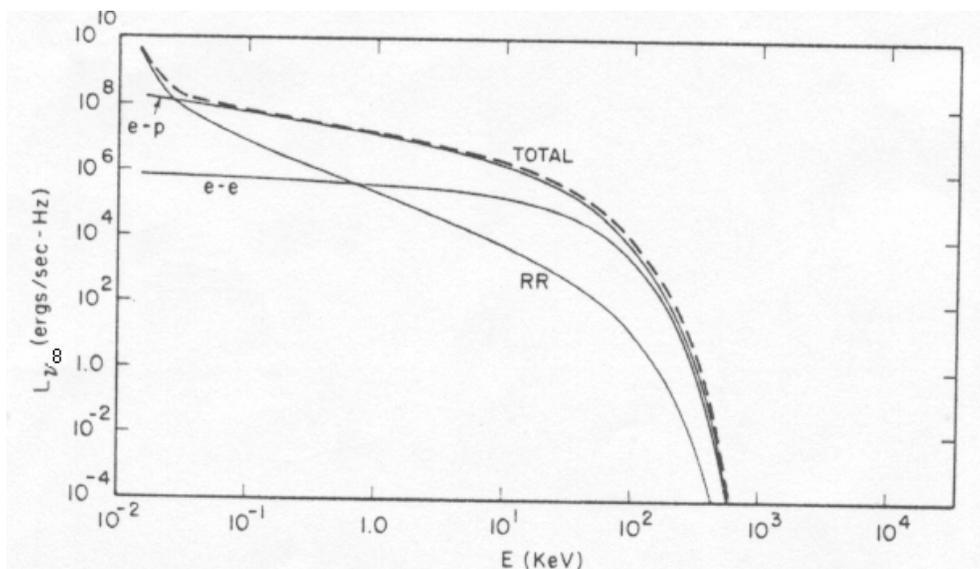
$$L_f \approx 2 \times 10^{14} \left( \frac{T_\infty}{10^4 \text{K}} \right)^{-3} \left( \frac{M}{M_r} \right)^3 \left( \frac{n_\infty}{\text{cm}^{-3}} \right)^2 \quad (W) \quad (1.38)$$

onde  $T_\infty$  e  $n_\infty$  correspondem respectivamente à temperatura e à densidade de partículas em pontos distantes do buraco negro.

Para uma região HI o espectro emitido tem também uma curva característica de bremsstrahlung (Figura 1.12), neste caso com  $T \approx 10^9 \text{K}$  e uma luminosidade total cerca



**Figura 1.11** - Espectro contínuo emitido na acreção esférica, numa região HII, com um buraco negro de Schwarzschild de  $1M$ . Além da luminosidade total são indicadas as luminosidades parciais devidas aos processos da recombinação radiativa (curva RR), bremsstrahlung electrão-electrão (curva e-e) e bremsstrahlung electrão-protão (curva e-p) (adaptado de Shapiro 1973a).



**Figura 1.12** - Espectro contínuo emitido, na acreção esférica, numa região HI com um buraco negro de

Schwarzschild de  $1M_{\odot}$ . Além da luminosidade total são indicadas as luminosidades parciais devidas aos processos da recombinação radiativa (curva RR), bremsstrahlung electrão-electrão (curva e-e) e bremsstrahlung electrão-protão (curva e-p) (adaptado de Shapiro 1973a).

de quatro ordens de grandeza superior à determinada para a região HII (Shapiro 1973a).

A eficiência da conversão entre massa e energia, que pode exprimir-se através da relação (Shapiro & Teukolsky 1983):

$$\epsilon_f = \frac{L}{c^2 \frac{dM}{dt}} \quad (1.39)$$

é neste modelo, para a acreção por um buraco negro de  $1M_{\odot}$ , da ordem de  $10^{-11}$  para a região HII e da ordem de  $10^{-7}$  para a região HI (Shapiro & Teukolsky 1983).

No caso de um buraco negro de Kerr a luminosidade aumenta com o aumento do momento angular. A acreção esférica por um buraco negro de Kerr máximo, numa região HII típica, resulta numa luminosidade  $\approx 15\%$  superior à de um buraco negro de Schwarzschild da mesma massa e nas mesmas condições (Shapiro 1974).

## ii) Campo magnético não desprezável

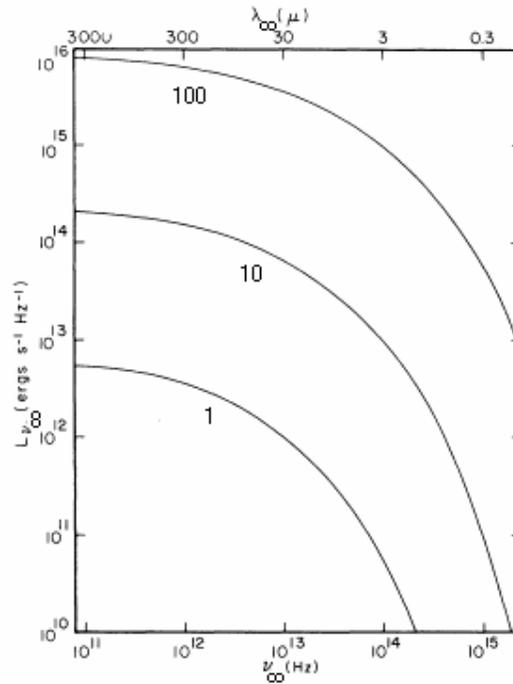
A abordagem ao problema da acreção esférica pressupõe, em geral, a presença de um campo magnético capaz de juntar as partículas de gás mas suficientemente fraco para que se possam ignorar outros efeitos do mesmo (Shapiro 1973b).

Consideremos agora um buraco negro de Schwarzschild mergulhado numa região HII onde existe um campo magnético não desprezável. O plasma desliza livremente pelas linhas de campo radiais sendo apenas restringido pelas linhas de campo transversais. O fluxo dinâmico de gás em acreção, numa região HII típica ( $T_{\infty}=10^4\text{K}$ ,  $n_{\infty}=1\text{cm}^{-3}$ ), não é substancialmente alterado pela presença de um campo magnético (Shapiro 1973b).

Com a aproximação ao buraco negro os electrões tornam-se ultra-relativistas. É assim de esperar que uma fracção da luminosidade total corresponda à *radiação de sincotróon* emitida por esses electrões. O espectro correspondente incide sobretudo na

região do infravermelho (Figura 1.13), sendo a luminosidade de sincrotrão dada por (Shapiro 1973b):

$$L_s \approx 5 \times 10^{18} \left( \frac{T_\infty}{10^4 \text{ K}} \right)^{-3} \left( \frac{M}{M_r} \right)^3 \left( \frac{n_\infty}{\text{cm}^{-3}} \right)^2 \quad (\text{W}) \quad (1.40)$$



**Figura 1.13** - Espectro contínuo da emissão de radiação de sincrotrão resultante da acreção de gás para um buraco negro de Schwarzschild de 1M mergulhado numa região III. O valor indicado sob cada uma das linhas corresponde a  $n_\infty$  em  $\text{cm}^{-3}$  (adaptado de Shapiro 1973b).

onde  $T_\infty$  e  $n_\infty$  correspondem respectivamente à temperatura e à densidade de partículas em pontos distantes do buraco negro. Neste caso a eficiência da conversão entre massa e energia (expressão 1.39) é, para a acreção por um buraco negro de 1M, da ordem de  $10^{-6}$ .

Ao longo dos últimos anos têm sido desenvolvidos modelos, para a acreção esférica, onde se procuram atingir valores de eficiência superiores (cf. Chakrabarti 1996).

Ipsier & Price (1982) considerando o aquecimento do gás pela dissipação de energia magnética construíram modelos onde a eficiência da conversão entre massa e energia pode atingir, no caso de um buraco negro de 10M, valores da ordem de  $10^{-2}$ .

Maraschi et al. (1982) considerando a dispersão de Compton como o mecanismo de arrefecimento dominante construíram um modelo no qual um buraco negro de  $10M_{\odot}$ , com uma taxa de acreção de  $1.6 \times 10^{-9} M_{\odot} \text{ ano}^{-1}$ , teria uma eficiência de  $\approx 0.38$ .

Colpi et al. (1984) consideram um modelo de um plasma de duas temperaturas (uma para os electrões e outra para os prótons) sendo a eficiência, no caso de um buraco negro de  $10M_{\odot}$ , da ordem de  $10^{-3}$ .

## 1.4.2 Buracos negros em sistemas binários

### i) Discos de acreção de matéria

Mais de 50% das estrelas da Nossa Galáxia pertencem a sistemas binários. Se uma dessas estrelas tiver massa suficiente então pode evoluir para o estado de buraco negro (Secção 1.3.1), sem que seja destruído o binário. Estima-se assim a existência de um grande número de sistemas binários compostos por uma estrela (normal) e por um buraco negro (e.g. Shakura & Sunyaev 1973).

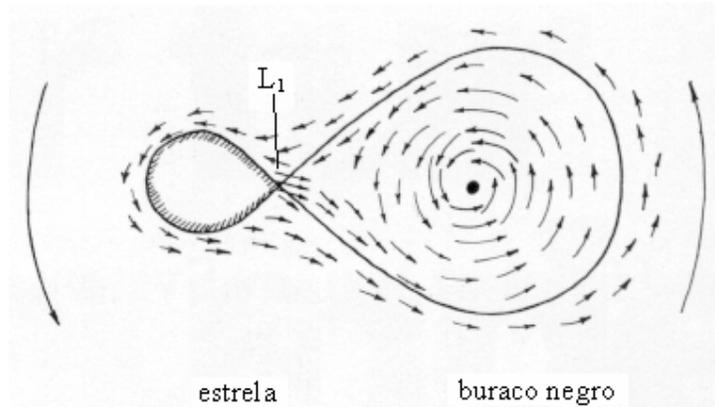
Os ventos estelares constituem um dos principais mecanismos de perda de massa por parte das estrelas. No caso dos sistemas binários existe um segundo processo de perda de massa bastante mais eficiente. Quando uma estrela abandona a sua fase de sequência principal, o seu volume expande e a estrela passa para a fase de gigante vermelha. Se nessa expansão for preenchido todo o volume do lóbulo de Roche então a estrela expelle parte da sua matéria para o exterior, principalmente pelo ponto de Lagrange  $L_1$  (Figura 1.14) Se o par da estrela, no sistema binário, for um buraco negro, então alguma da matéria expelida pode cair na esfera de influência do campo gravitacional deste último. Existem, assim, dois cenários a considerar (Shakura & Sunyaev 1973):

**A:** a estrela normal enche todo o lóbulo de Roche e nesse caso a transferência de matéria ocorre sobretudo via ponto de Lagrange  $L_1$  (Figura 1.14). Devido à presença de momento angular nessa matéria acaba por se formar um disco de acreção de matéria em torno do buraco negro.

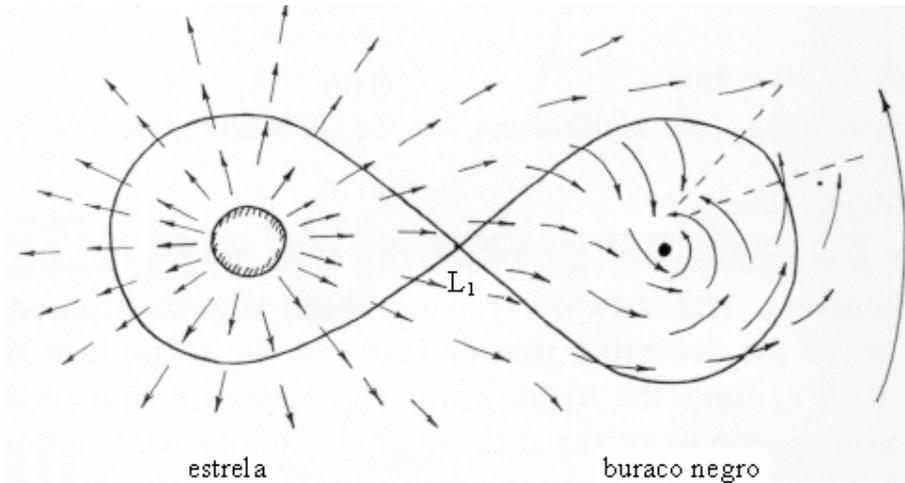
**B:** a estrela normal permanece sempre muito mais pequena do que o lóbulo de Roche e nesse caso a transferência de matéria ocorre apenas sob a forma de vento estelar (Figura

1.15). Neste cenário temos o caso da acreção esférica por um buraco negro em movimento num meio uniforme (e.g. Shapiro & Teukolsky 1983).

O objectivo de qualquer modelo teórico para discos de acreção consiste em explicar de forma satisfatória os dados observacionais recolhidos e, se possível, prever outras características que se possam vir a observar. Um dos primeiros modelos



**Figura 1.14** - Transferência de matéria via ponto de Lagrange  $L_1$  num sistema binário composto por uma estrela e um buraco negro. Esta situação ocorre quando a estrela, ao expandir-se, acaba por encher todo o lóbulo de Roche. Forma-se um disco de acreção em torno do buraco negro (adaptado de Shakura & Sunyaev 1973).



**Figura 1.15** - Transferência de matéria via vento estelar num sistema binário composto por uma estrela e um buraco negro. Esta situação ocorre quando a estrela, mesmo depois de se expandir, apresenta um tamanho inferior ao lóbulo de Roche (adaptado de Shakura & Sunyaev 1973).

propostos foi o do disco fino (Shakura & Sunyaev 1973). No Anexo B é feita uma introdução com maior detalhe a este modelo de disco. Aqui vamos apresentar apenas um breve resumo do mesmo.

As partículas do disco perdem momento angular, devido à fricção entre camadas adjacentes, sendo assim obrigadas a descrever um movimento espiral em direcção ao buraco negro. Durante esse movimento parte da energia gravítica libertada irá aumentar a energia cinética da rotação do disco e parte é transformada em energia térmica que é radiada para fora da superfície do disco. O espectro de emissão, relativo a essa radiação, pode obter-se a partir da resolução das equações da conservação da massa, da energia e do momento angular (axial e vertical). Deve ser também especificada uma lei da viscosidade capaz de explicar o transporte eficiente de momento angular para o exterior e, conseqüentemente, da queda de matéria para o interior (ver discussão sobre a viscosidade em Pringle 1981, Chakrabarti 1996 ou no Anexo B).

A luminosidade total emitida pelo disco é muito sensível à taxa de acreção de matéria pelo buraco negro (admitindo que a eficiência no transporte de momento angular para o exterior é constante ao longo de todo o disco). Existe uma taxa de acreção crítica ( $\approx 3 \times 10^{-8} M \text{ ano}^{-1}$ ) à qual corresponde a *luminosidade de Eddington*<sup>5</sup>,  $L_E \approx 10^{31} M/M \text{ (W)}$ . Por exemplo, para uma taxa de acreção de  $10^{-12} M \text{ ano}^{-1}$ , temos, para um buraco negro de  $1M$ , uma luminosidade de  $10^{27} \text{ W}$  (Shakura & Sunyaev 1973).

Na Figura B.5 (Anexo B) são apresentadas as curvas espectrais dos vários processos responsáveis pela emissão de radiação no disco. Na Figura B.6 é apresentada a curva do espectro de emissão integral para vários valores da taxa de acreção e para diferentes valores da eficiência na remoção do momento angular. A emissão incide sobretudo entre o infravermelho e os raios X (Shakura & Sunyaev 1973).

O modelo de disco geometricamente fino de Shakura e Sunyaev (1973) não é o mais apropriado para descrever a emissão de raios X registada em alguns sistemas binários, como por exemplo, Cyg X1 (e.g. Shapiro & Teukolsky 1983; Secção 3.3.1).

Tornou-se então necessário o desenvolvimento de outros modelos de discos de acreção (cf. Chakrabarti 1996). Uma escala fundamental no que respeita a discos de acreção é a taxa de acreção de Eddington que pode ser escrita como (e.g. Abramowicz et al. 1988):

---

<sup>5</sup> Luminosidade acima da qual a força devida à pressão da radiação emitida excede a força gravítica (e.g. Shapiro & Teukolsky 1983).

$$\frac{dM_E}{dt} = \frac{L_E}{c^2} \approx 1.7 \times 10^{14} \left( \frac{M}{M_\odot} \right) \text{ kgs}^{-1}$$

Nos discos geometricamente finos, como o de Shakura e Sunyaev, a taxa de acreção é sempre inferior à taxa de acreção de Eddington. Ainda neste domínio temos, por exemplo, o modelo de disco de duas temperaturas (White & Lightman 1989) cuja luminosidade pode atingir os  $0.1L_E$ .

Abramowicz et al. (1988) consideram um modelo de disco com  $dM/dt \approx dM_E/dt$  para o qual a luminosidade atinge valores da ordem de  $L_E/16$ .

Quando a acreção ocorre em regime supercrítico (taxa de acreção superior à taxa de acreção de Eddington) a radiação emitida exerce uma forte pressão sobre a matéria do disco fazendo com que este se torne espesso (altura  $\approx$  raio). Para este caso foram também desenvolvidos uma série de modelos (cf. Chakrabarti 1996) para os quais a luminosidade é  $\sim 4L_E$ .

## ii) Oscilações quase periódicas

Um dos aspectos observados em alguns binários de raios X, onde se julga existir um buraco negro com um disco de acreção à sua volta, são as oscilações quase-periódicas (QPO's - quasi periodic oscillations) (cf. Tabela 3.3).

As frequências das QPO's observadas vão desde os 0.05Hz aos 450Hz (e.g. Remillard et al. 2002). Não existe ainda uma explicação satisfatória para a natureza das QPO's (e.g. Chakrabarti 1996). O modelo mais simples (e.g. McClintock 1998) relaciona a frequência observada com a frequência do movimento do gás na órbita estável mais interior (Secção 1.2.2). Outros modelos referem, por exemplo, a competição entre as várias escalas temporais presentes no processo de acreção (e.g. Chakrabarti 1998) ou a oscilação de ondas de choque junto ao buraco negro (e.g. Chakrabarti 1996).

## iii) Piscar rápido

O piscar rápido (flickering) observado no espectro de muitos dos candidatos a buraco negro (Tabela 3.3) consiste em oscilações aperiódicas bastante rápidas (e.g. Yu

& Li 1999). No caso de Cyg X1 (Secção 3.3.1) essas oscilações apresentam períodos de  $\sim 1$ s e, por exemplo, no caso de GX339-4 de  $\sim 10^{-4}$ s (e.g. Cowley 1992).

#### iv) Linhas de ferro

Foram detectadas linhas de emissão e de absorção no espectro de raios X de alguns sistemas binários candidatos a alojar um buraco negro (Tabela 3.3). Essas linhas, que aparecem entre os 6KeV e os 8KeV, são atribuídas a processos de emissão ou absorção de electrões do Ferro da camada  $K$  (e.g. Cui et al. 2002).

Quando um electrão, num átomo de ferro, transita da camada  $L$  para a camada  $K$  liberta um fóton de 6.4KeV (e.g. Fabian et al. 2000). A linha espectral correspondente, designada por linha  $K\alpha$ , é desviada para o vermelho pelo campo gravítico do buraco negro (Secção 1.2.3) sofrendo também o desvio causado pelo efeito de Doppler (que tanto poderá ser na direcção do azul como na do vermelho consoante o disco se aproxime ou se afaste).

#### v) Função de massa

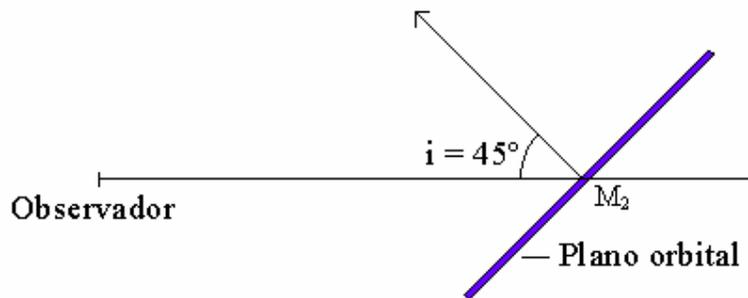
Num sistema binário as estrelas orbitam em torno de um centro de massa comum. Nalguns casos é detectável apenas uma das estrelas. No entanto sabe-se que outra estrela deve estar lá em virtude das oscilações regulares registadas para o movimento da estrela observável. Esta companheira "invisível" pode ser uma anã branca, uma estrela de neutrões, uma estrela pouco luminosa ou um buraco negro.

Consideremos então um sistema binário cujas estrelas têm massas  $M_1$  e  $M_2$ . Vamos convencionar que a estrela de massa  $M_1$  é a componente visível e que a estrela de massa  $M_2$  é o candidato a buraco negro. A *terceira Lei de Kepler* para o sistema pode escrever-se como (e.g. Motz & Duveen 1966):

$$M_1 + M_2 = \frac{4\pi^2 (r_1 + r_2)^3}{G T_{\text{orb}}^2} \quad (1.41)$$

onde  $r_1$  e  $r_2$  são as distâncias entre cada uma das estrelas e o centro de massa do sistema e  $T_{\text{orb}}$  é o período orbital do binário. Atendendo a que, no referencial do centro de massa, é  $M_1 r_1 = M_2 r_2$  podemos escrever a equação (1.41) como:

$$\frac{M_2^3}{(M_1 + M_2)^2} = \frac{4\pi^2}{G} \frac{r_1^3}{T_{\text{orb}}^2}$$



**Figura 1.16** - Ângulo de inclinação,  $i$ , do sistema binário em relação ao observador. Quando  $i=90^\circ$  o observador está sobre o plano orbital do binário. Quando  $i=0^\circ$  o observador está sobre a perpendicular ao plano orbital do binário que passa por  $M_2$ .

A velocidade orbital da estrela de massa  $M_1$  pode escrever-se na forma  $v_1=(2\pi/T_{\text{orb}})r_1$ . Substituindo esta velocidade na expressão anterior, por forma a eliminar  $r_1$ , resulta:

$$\frac{M_2^3}{(M_1 + M_2)^2} = \frac{v_1^3 T_{\text{orb}}}{2\pi G}$$

Este resultado estabelece a relação entre as massas das duas componentes do binário com o respectivo período orbital e a velocidade de translação da estrela visível. Na prática o que podemos medir é a componente radial (segundo a linha de visão do observador) de  $v_1$  com a ajuda do efeito de Doppler. Assim na expressão anterior deve figurar o ângulo de inclinação do sistema em relação ao observador. Vamos definir esse ângulo de inclinação, que designaremos por  $i$ , como sendo o ângulo entre a linha de visão e a perpendicular ao plano orbital do sistema (Figura 1.16). Sendo assim a expressão anterior adquire a forma:

$$\frac{(M_2 \sin(i))^3}{(M_1 + M_2)^2} = \frac{v_1^3 T}{2\pi G} \quad (1.42)$$

O lado esquerdo de (1.42) define a chamada *Função de Massa* (e.g. Cowley 1992) do sistema binário a qual designaremos por  $f(M)$ :

$$f(M) = \frac{(M_2 \sin(i))^3}{(M_1 + M_2)^2} \quad (1.43)$$

O valor de  $f(M)$  pode ser determinado avaliando o lado direito de (1.42). Fazendo  $M_1=0$  e  $i=90^\circ$  o valor de  $f(M)$  traduz o limite inferior para o valor da massa  $M_2$ , ou seja, da massa do candidato a buraco negro (e.g. Cowley 1992).

### 1.4.3 Microlentes gravitacionais

Quando um raio de luz atravessa o campo gravítico criado por uma determinada massa sofre um certo desvio na direcção da respectiva trajectória. Este resultado surge como uma consequência directa da TRG e já foi testado com êxito durante eclipses solares (e.g. Kenyon 1991). Quando, por exemplo, a luz proveniente de um enxame de galáxias distantes é desviada por um outro, mais próximo de nós, formam-se imagens múltiplas do primeiro. A este fenómeno chamamos efeito de lente gravitacional e ao corpo responsável pelo desvio da luz chamamos lente gravitacional (Anexo C). Se a lente estiver alinhada com a fonte de luz distante então a imagem formada adquire a forma de um anel (Figura 1.17) usualmente designado por *Anel de Einstein*. O raio do Anel de Einstein é dado pela expressão<sup>6</sup> (e.g. Mao & Paczynski 1996):

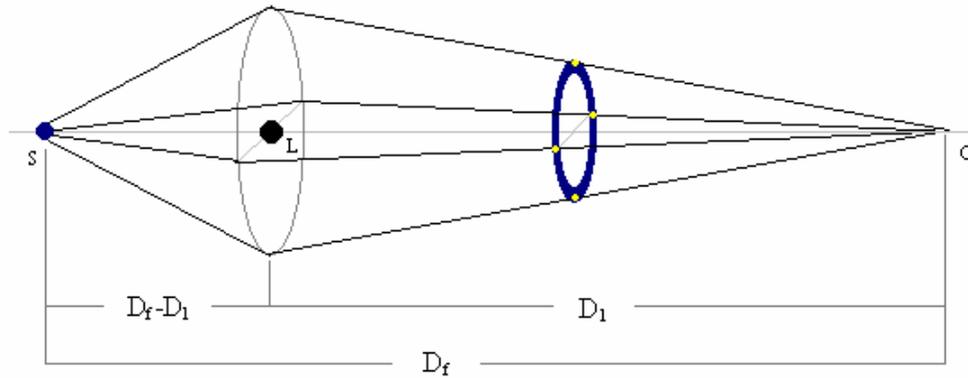
$$R_E = \sqrt{2r_s \frac{D_1(D_f - D_1)}{D_f}} \quad (1.44)$$

---

<sup>6</sup> A expressão (1.44) já está adaptada para buracos negros.

onde  $r_s$  é o raio de Schwarzschild da lente dado por (1.3),  $D_l$  é a distância entre o observador e a lente e  $D_f$  é a distância entre o observador e a fonte luminosa de fundo (Figura 1.17).

No caso de um corpo de massa estelar podem ser produzidas várias microimagens, ou seja, imagens separadas por apenas alguns microsegundos de arco. Estas imagens não podem ser resolvidas, presentemente, por nenhum telescópio. Existe, no entanto, outro fenómeno que ocorre simultaneamente. Este, ao qual se deu o nome de *efeito de*



**Figura 1.17** - Se a fonte S, a lente L e o observador O estiverem alinhados então este último regista uma imagem em forma de anel designada por *Anel de Einstein*.  $D_f$  é a distância entre o observador e a fonte e  $D_l$  a distância entre o observador e a lente.

*microlente*, consiste na ampliação da luz proveniente das fontes de fundo (e.g. Schneider et al. 1992).

A escala de tempo característica para uma microlente é dada pelo tempo de atravessamento,  $t_E$ , do anel de Einstein (e.g. Bennett et al. 2002a):

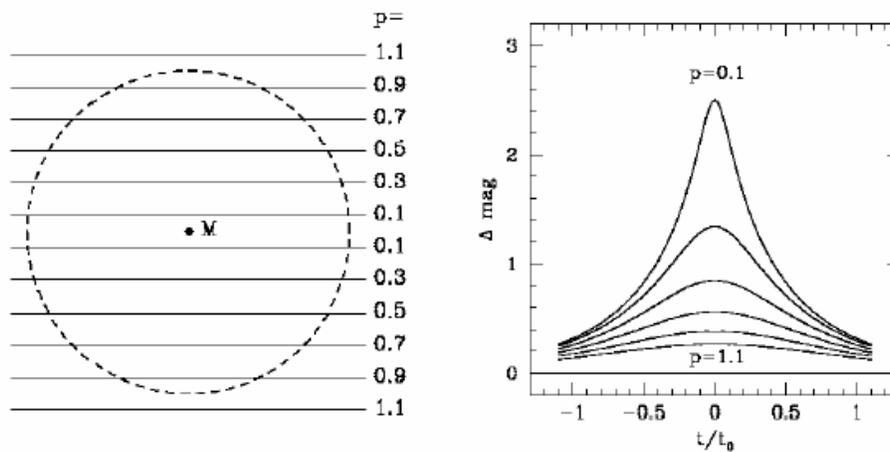
$$t_E = \frac{2R_E}{v_{\perp}} = \frac{4}{v_{\perp}c} \sqrt{GM \frac{D_l(D_f - D_l)}{D_f}} \quad (1.45)$$

onde  $R_E$  é o raio do anel de Einstein (1.44),  $v_{\perp}$  é a velocidade transversal da lente e  $M$  a respectiva massa. Note-se que quanto maior for a massa da lente e quanto menor for a respectiva velocidade transversal maior será o tempo de atravessamento.

Para grande parte dos eventos as massas determinadas, tendo em conta o parâmetro  $t_E$ , são, em regra geral, grosseiras. Não é possível distinguir entre um buraco negro de  $7M$  e uma estrela pouco luminosa de  $0.5M$  (e.g. Bennett et al. 2002a).

A ampliação por uma microlente é dada pela expressão (e.g. Bennett et al. 2002a):

$$A(t) = \frac{u^2 + 2}{u\sqrt{u^2 + 4}} \quad \text{com} \quad u(t) = \sqrt{\left(\frac{b}{R_E}\right)^2 + \left(\frac{2(t-t_0)}{t_E}\right)^2} \quad (1.46)$$



**Figura 1.18** - Variação da magnitude da fonte de fundo com o tempo para várias distâncias de aproximação ( $p=b/R_E$ ) da lente à linha de visão do observador (Paczynski 1996).

onde  $t_0$  corresponde ao instante de maior aproximação angular entre a fonte e a lente e  $b$  é a distância de maior aproximação da lente à linha de visão do observador. No gráfico da Figura 1.18 está representada a variação da ampliação da magnitude da fonte com o tempo para vários valores de  $p=b/R_E$ .

Para os eventos mais demorados, normalmente devidos a lentes de maior massa, é possível medir, para além de  $t_E$ , o desvio na curva de luz da microlente provocado pela paralaxe. Tipicamente um evento dura entre um a dois meses o que é pouco para que se possa medir a paralaxe (Bennett et al. 2002a). Se o movimento orbital de uma fonte binária imitar o movimento orbital da Terra então a curva de luz observada poderá ser confundida com a de uma microlente (Bennett et al. 2002a). Podemos designar este efeito, que é o reverso da paralaxe, por "exalarap".

No caso de existir paralaxe  $u(t)$ , na equação (1.46), deve ser substituído por uma expressão mais complexa onde entram algumas coordenadas e parâmetros orbitais da Terra (e.g. Bennett et al. 2002a).

Existindo paralaxe mensurável é possível medir, a partir de  $A(t)$ , a projecção, segundo a posição do Sol, da velocidade transversal da lente. Esta é dada por (e.g. Bennett et al. 2002b):

$$\tilde{v} = v_{\perp} \frac{D_f}{D_f - D_l} \quad (1.47)$$

Dispomos assim de duas medições ( $t_E$  e  $\tilde{v}$ ) para três incógnitas ( $M$ ,  $v_{\perp}$  e  $D_l$ ) o que nos permite escrever a massa  $M$  em função da distância  $D_l$ . Assim a partir de (1.45) e (1.47) obtemos:

$$M = \frac{\tilde{v}^2 t_E^2 c^2}{16G} \frac{D_f - D_l}{D_f D_l} \quad (1.48)$$

Nos projectos em curso (e.g. OGLE (Udalski et al. 1992); MACHO (Alcock et al. 1993); EROS (Aubourg et al. 1993)) as estrelas de fundo pertencem normalmente ou ao bolbo galáctico ou às Nuvens de Magalhães pelo que a distância  $D_f$  pode tomar-se como um valor conhecido. Por exemplo, no caso de estrelas do bolbo galáctico, o valor típico de  $D_f$  é de 8kpc (e.g. Bennet et al. 2002b).

#### 1.4.4 Dinâmica estelar e do gás ionizado

Durante as últimas décadas cresceram as suspeitas, baseadas em evidências observacionais, de que muitas galáxias alojam na sua região central objectos compactos de grande massa (MDO's - Massive Dark Objects). Esses MDO's poderão ser buracos negros supermassivos.

A pesquisa de buracos negros supermassivos, no centro de galáxias, faz-se, por exemplo, a partir da observação da dinâmica estelar ou do gás ionizado em regiões próximas do centro dessas galáxias. Atendendo a que a cinemática do gás é facilmente alterada por forças de carácter não gravítico (campos magnéticos, pressão da radiação,

vento estelar, etc) as observações efectuadas a partir da dinâmica estelar são, em geral, mais seguras (e.g. Kormendy & Richstone 1995).

A técnica de pesquisa, baseada na dinâmica estelar, é melhor descrita no caso ideal da simetria esférica. Nesse caso a massa encerrada no interior de um raio  $r$  é dada, a partir da equação de Boltzmann para um gás sem colisões, por (e.g. Kormendy & Richstone 1995):

$$M(r) = \frac{v_{\text{rot}}^2 r}{G} + \frac{\sigma_r^2 r}{G} \left[ -\frac{d \ln v}{d \ln r} - \frac{d \ln \sigma_r^2}{d \ln r} - \left(1 - \frac{\sigma_\theta^2}{\sigma_r^2}\right) - \left(1 - \frac{\sigma_\phi^2}{\sigma_r^2}\right) \right] \quad (1.49)$$

onde  $G$  é a constante de gravitação universal;  $v_{\text{rot}}$  é a velocidade de rotação do sistema;  $\sigma_r$ ,  $\sigma_\theta$  e  $\sigma_\phi$  são as componentes, num sistema de coordenadas esféricas, da velocidade de dispersão e  $v$  é a densidade de massa da população em relação à qual medimos a cinemática.

O valor de  $v(r)$  é estimado a partir do brilho observado. Os brilhos, velocidade de rotação e velocidade de dispersão observados correspondem naturalmente a valores projectados. Por sua vez as quantidades presentes na equação (1.49) não estão projectadas. Para podermos aplicar esta equação torna-se então necessário derivar quantidades não projectadas que estejam de acordo com os valores observados (e.g. Kormendy & Richstone 1995).

Bons indicadores da presença de um MDO são um rápido aumento da relação massa/luminosidade ( $M/L_v$ ) em direcção ao centro. No caso de uma população estelar velha o valor  $M/L_v$  situa-se entre 1 e 10 (e.g. Kormendy & Richstone 1995). Se o valor de  $M/L_v$ , aumentar em direcção ao centro atingindo valores muito superiores a 10 então estamos perante um MDO. Esse MDO poderá ser um buraco negro supermassivo mas também um enxame de estrelas com massas pequenas, anãs castanhas, restos de estrelas ou matéria escura.

Em modelos com distribuições de velocidades anisotrópicas é muito mais difícil provar a existência de um MDO central pois, nesse caso, são inúmeras as distribuições de massa que podem explicar os dados observados. Maximizando a anisotropia podemos minimizar o valor da massa central. No entanto, se mesmo assim  $M/L_v$  continuar a aumentar em direcção ao centro então temos quase de certeza um MDO

(e.g. Kormendy & Richstone 1995). O passo seguinte consiste então em confirmar ou excluir a hipótese buraco negro.

Provar que um MDO é um buraco negro supermassivo implica medir velocidades relativistas em órbitas de apenas alguns raios de Schwarzschild. No entanto, dadas as enormes distâncias a que se encontram os candidatos a buraco negro supermassivo (Tabela 3.1), incluindo o do núcleo da Nossa Galáxia (Secção 3.1.1), isso não é (ainda) possível. A alternativa mais provável ao buraco negro é o enxame de restos de estrelas. Se conseguirmos excluir esta hipótese então teremos dado um grande passo com vista à confirmação da existência de um buraco negro (e.g. Kormendy & Richstone 1995).

Define-se raio de influência do buraco negro por (Kormendy & Gebhardt 2001):

$$r_{\text{inf}} = \frac{GM}{\sigma^2} \quad (1.50)$$

onde  $\sigma$  é a velocidade de dispersão na região central e  $M$  a massa encerrada nessa zona. Um indicador da resolução relativa com que são feitas as observações é dado pela relação (Kormendy & Gebhardt 2001):

$$S_r = \frac{r_{\text{inf}}}{\sigma_*} \quad (1.51)$$

onde  $\sigma_*$  é a resolução espacial com que foi possível observar o candidato. Em geral  $\sigma_*$  corresponde ao raio mais interior utilizado para a determinação dinâmica da massa (Kormendy 2003).

### 1.4.5 MASERS

A amplificação de microondas por emissão estimulada de radiação, normalmente designada por *MASER* (Microwave Amplification Stimulated Emission of Radiation), constitui um dos processos mais seguros na detecção de buracos negros supermassivos.

A emissão estimulada acontece quando um átomo ou molécula num estado excitado ao ser submetido a um fóton de comprimento de onda adequado desce para um nível energético inferior, emitindo um fóton que se junta ao primeiro (que serviu apenas para estimular a emissão). Se este fenómeno for mais importante que a absorção, o que

acontece se o meio tiver mais átomos excitados do que no nível normal, o meio comporta-se como um amplificador emitindo uma linha bastante intensa (e.g. Lequeux 1997).

Se na região central de uma galáxia for produzida energia suficiente para excitar as moléculas de água das nuvens moleculares que eventualmente existam nas imediações então teremos uma emissão estimulada bastante forte. O estudo destes masers pode ser feito com grande resolução a partir da interferometria rádio. Se o movimento de rotação dos masers respeitar as Leis de Kepler então podemos determinar de forma bastante segura o valor da massa central (e.g. Ferrarese & Merritt 2002). É o que acontece no caso de NGC 4258 (Secção 3.1.2).